



Республиканская физическая олимпиада 2025 года (Заключительный этап) Теоретический тур

Решения задач 9 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



*Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших
замечательных школьников!*

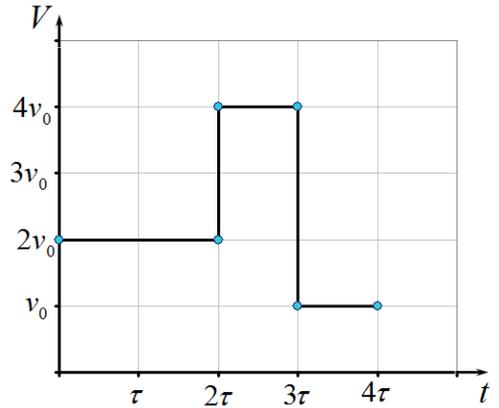
Задание 1. Поговорим о средних... (решение)

Задача 1.1 Средняя скорость.

1.1.1 Расчет средней скорости в данном случае проводится традиционно. Пройденный путь численно равен площади под графиком зависимости $v(t)$:

$$S = \sum_k v_k \Delta t_k = 2v_0 \cdot 2\tau + 4v_0\tau + v_0\tau = 9v_0\tau. \quad (1)$$

Следовательно, средняя скорость за все время движения будет равна

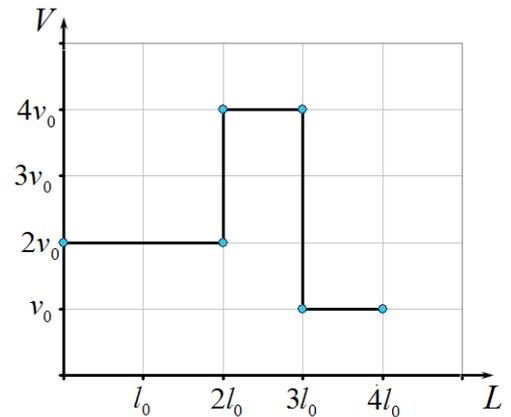


$$\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t} = \frac{9v_0\tau}{4\tau} = \frac{9}{4}v_0. \quad (2)$$

1.1.2 В данном случае пройденный путь известен, необходимо рассчитать время движения, что также делается элементарно

$$\Delta t = \sum_k \frac{l_k}{v_k} = \frac{2l_0}{2v_0} + \frac{l_0}{4v_0} + \frac{l_0}{v_0} = \frac{9}{4} \frac{l_0}{v_0} \quad (3)$$

Средняя скорость равна



$$\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t} = \frac{4l_0}{\frac{9}{4} \frac{l_0}{v_0}} = \frac{16}{9}v_0. \quad (4)$$

Задача 1.2 Средняя сила.

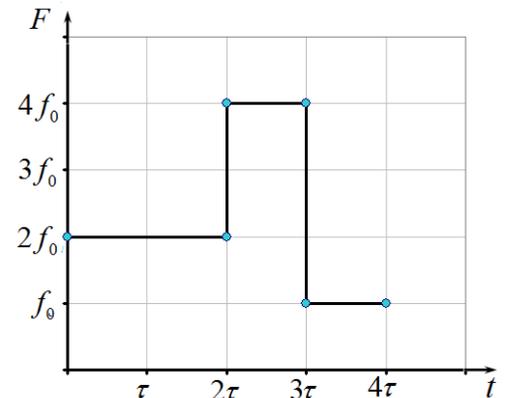
1.2.1 Согласно второму закону Ньютона изменение импульса тела равно импульсу действующей силы

$$\Delta p = F\Delta t. \quad (1)$$

Данное в условии задачи определение «средней импульсной» силы может быть записано в виде соотношения

$$\langle F \rangle_p \cdot 4\tau = 2f_0 \cdot 2\tau + 4f_0\tau + f_0\tau = 9f_0\tau \quad (2)$$

Откуда следует, что «средняя импульсная» сила в данном случае равна



$$\langle F \rangle_p = \frac{9}{4}f_0 \quad (3)$$

1.2.2 Работа, совершенная постоянной силой, рассчитывается по формуле

$$\Delta A = F \Delta S \quad (4)$$

Из определения «средней энергетической» силы следует соотношение

$$\langle F \rangle_E \cdot (S_1 + S_2 + S_3) = F_1 S_1 + F_2 S_2 + F_3 S_3 \quad (5)$$

где S_i - путь, пройденный телом на i - том участке.

Для расчета этих путей следует воспользоваться законами равноускоренного движения:

- изменение скорости

$$\Delta v = a \Delta t; \quad (6)$$

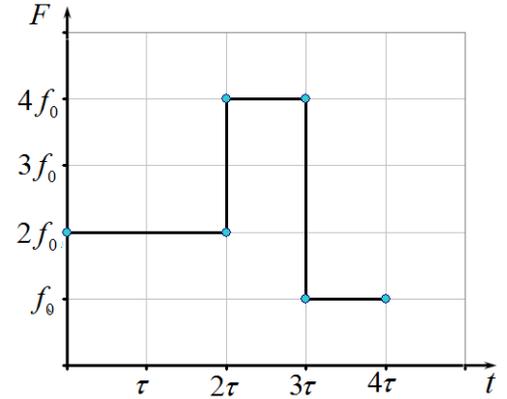
- пройденный путь

$$\Delta S = v_0 \tau + \frac{1}{2} a \tau^2 = \frac{v_0 + v}{2} \tau, \quad (7)$$

где v, v_0 - скорости в начале и конце рассматриваемого временного интервала, a - постоянное ускорение на данном интервале. Обозначим

$$a_0 = \frac{f_0}{m}. \quad (8)$$

Тогда ускорение на первом временном интервале будет равно $2a_0$, на втором - $4a_0$, на третьем - a_0



Для удобства представим все расчеты таблице. В последней строке суммарный пройденный путь и суммарная совершенная работа

Таблица расчетов.

интервал времени	ускорение	начальная скорость	конечная скорость	Пройденный путь	Работа на участке
$0 \rightarrow 2\tau$	$2a_0$	v_0	$v_0 + 4a_0\tau$	$2v_0\tau + 4a_0\tau^2$	$2f_0(2v_0\tau + 4a_0\tau^2)$
$2\tau \rightarrow 3\tau$	$4a_0$	$v_0 + 4a_0\tau$	$v_0 + 4a_0\tau + 4a_0\tau = v_0 + 8a_0\tau$	$v_0\tau + 6a_0\tau^2$	$4f_0(v_0\tau + 6a_0\tau^2)$
$3\tau \rightarrow 4\tau$	a_0	$v_0 + 8a_0\tau$	$v_0 + 8a_0\tau + a_0\tau = v_0 + 9a_0\tau$	$v_0\tau + \frac{17}{2}a_0\tau^2$	$f_0\left(v_0\tau + \frac{17}{2}a_0\tau^2\right)$
$0 \rightarrow 3\tau$				$4v_0\tau + \frac{37}{2}a_0\tau^2$	$f_0\left(9v_0\tau + \frac{81}{2}a_0\tau^2\right)$

В итоге с помощью формулы (5) получаем, что «средняя энергетическая» сила равна

$$\langle F \rangle_E = f_0 \frac{\left(9v_0 + \frac{81}{2}a_0\tau\right)}{\left(4v_0 + \frac{37}{2}a_0\tau\right)}. \quad (9)$$

1.2.3 При $v_0 = 0$ из формулы (9) получаем

$$\langle F \rangle_E = \frac{81}{37} f_0, \quad (10)$$

что отличается от «средней импульсной» силы.

Теоретический тур. Вариант 2.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Задача 1.3 Средняя сила тока.

В условии задачи задана зависимость напряжения от времени $U(t)$. Зависимость силы тока от напряжения будет аналогичной. Обозначим

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (1)$$

- значение силы тока через резистор, при напряжении U_0 .

Так как сила тока изменяется по периодическому закону, то достаточно рассчитать средние значения по одному периоду изменения тока. В условии задачи

1.3.1 Заряд, протекающий через резистор при постоянной силе тока I за промежуток времени Δt определяется по формуле

$$q = I\Delta t. \quad (2)$$

Поэтому по определению средней зарядовой силы тока можно записать формулу для расчета этой средней силы

$$\langle I \rangle_q \cdot 3\tau = I_1\tau + I_2 \cdot 2\tau. \quad (3)$$

Используя приведенный в условии график зависимости $U(t)$, находим «среднее зарядовое» значение силы тока

$$\langle I \rangle_q = \frac{I_1 \cdot \tau + I_2 \cdot 2\tau}{3\tau} = \frac{\frac{2U_0}{R} \cdot \tau - \frac{U_0}{R} \cdot 2\tau}{3\tau} = 0 \quad (4)$$

1.3.2 Количество теплоты, выделяющейся в проводнике при протекании постоянного тока, определяется законом Джоуля – Ленца

$$Q = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (5)$$

Поэтому для «средней тепловой» силы тока следует записать

$$\frac{\langle I \rangle_Q^2}{R} \cdot 3\tau = \frac{(2U_0)^2}{R} \cdot \tau + \frac{(-U_0)^2}{R} \cdot 2\tau = 6 \frac{U_0^2}{R} \tau \quad (6)$$

Из последней формула находим «среднее тепловое» значение силы тока

$$\langle I \rangle_Q = \sqrt{\frac{6U_0^2\tau}{3R\tau}} = \sqrt{2}I_0 \quad (7)$$

Заметим, что «среднее тепловое» называется «действующим» значением силы тока и широко используется в электротехнике.

Задание 2. Изучение лампочки накаливания (Решение)

Часть 1. Вольтамперная характеристика лампочки.

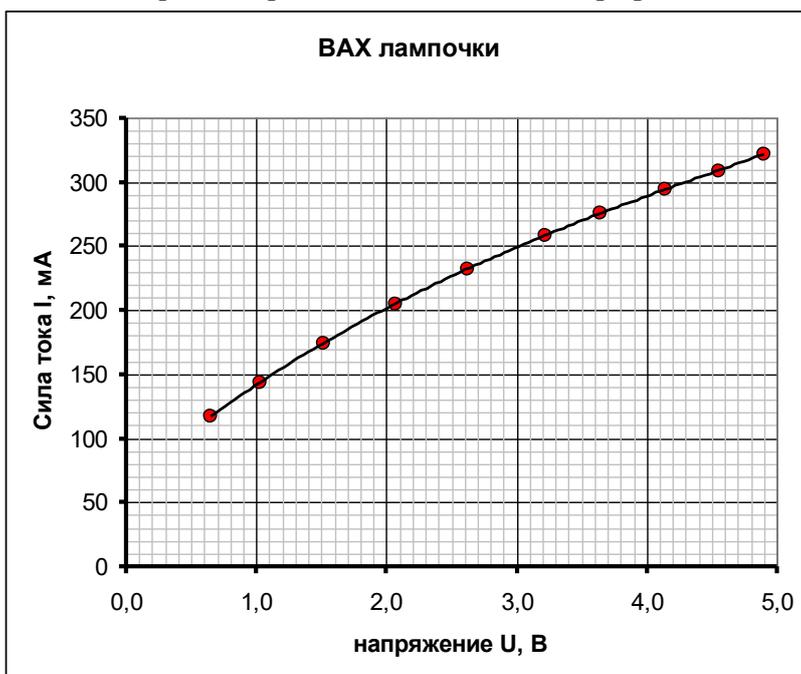
1.1 Для построения графика необходимо рассчитать значения сил токов через лампочку при известных напряжениях по формуле

$$I = \frac{U}{R_0}. \quad (1)$$

Результаты расчетов приведены в Таблице 1, рядом приведен необходимый график.

Таблица 1.

U, В	U ₀ , мВ	I, мА
0,65	72,6	
1,03	88,7	
1,51	108,1	
2,07	126,9	
2,62	143,9	
3,22	160,3	
3,64	170,9	
4,14	182,1	
4,55	191,3	
4,90	199,7	



1.2 Так как лампочки одинаковые, то напряжения на них также будут одинаковыми и равными

$$U_x = \frac{U_1}{3} = 1,5B \quad (2)$$

По графику ВАХ, находим, что сила тока (одинаковая для всех лампочек) равна

$$I_x = 174 \text{ мА} \quad (3)$$

Следовательно, мощность в этой цепи будет равна

$$P_1 = U_1 I_x = 0,26 \text{ Вт}. \quad (4)$$

1.3 При параллельном соединении напряжения на всех лампочках будет равно напряжению источника $U_1 = 4,5B$. По графику ВАХ находим, что сила тока через каждую лампочку равна

$$I_y = 310 \text{ мА} \quad (5)$$

Следовательно, мощность цепи будет равна

$$P_2 = 3U_1 I_y = 4,2 \text{ Вт}. \quad (6)$$

1.4 Для расчета ВАХ горячей лампочки используем закон Ома для участка цепи с учетом зависимости сопротивления от температуры:

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta t)}. \quad (7)$$

Здесь $\Delta t = t - t_0$ - разность между температурой нити и комнатной температурой. В этом уравнении не известна разность температур. Для получения системы уравнений воспользуемся законом теплоотдачи

$$P = \beta\Delta t \quad (8)$$

В условиях теплового равновесия, когда температура нити остается постоянной, мощность теплоты, выделяющейся при прохождении электрического тока, равна мощности теплоты, уходящей в окружающую среду. Мощность выделяющейся теплоты определяется законом Джоуля – Ленца:

$$P = UI \quad (9)$$

Из формул (2)-(3) выразим

$$\beta\Delta t = UI \Rightarrow \Delta t = \frac{UI}{\beta} \quad (10)$$

и подставим в формулу (1):

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta t)} = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right)}. \quad (11)$$

Мы получили уравнение, связывающее между собой силу тока и напряжение на лампочке. Это квадратное уравнение, которое можно решить аналитически:

$$I = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right)} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta}UI^2 + I - \frac{U}{R_0} = 0 \Rightarrow I = \frac{-1 \pm \sqrt{\left(\frac{U}{R_0}\right)^2 + 4\frac{\alpha}{\beta R} \frac{U}{R_0}}}{2\frac{\alpha}{\beta}U}. \quad (12)$$

Физический смысл имеет положительный корень этого уравнения. Поэтому зависимость силы тока от напряжения задается функцией:

$$I = \frac{\sqrt{\left(\frac{U}{R_0}\right)^2 + 4\frac{\alpha}{\beta R} \frac{U}{R_0}} - 1}{2\frac{\alpha}{\beta}U}. \quad (13)$$

1.5 Внимательно посмотрим на уравнение (5) и обратим внимание, что его можно представить в виде

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta t)} = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right)} \Rightarrow \frac{U}{I} = R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right). \quad (6)$$

Входящие в него комбинации силы тока и напряжения имеют наглядный физический смысл:

$\frac{U}{I} = R$ - сопротивление нити горячей нити накала; $UI = P$ - мощность тока через лампочку.

Итак, зависимость сопротивления лампочки от выделяющейся мощности имеет линейный характер:

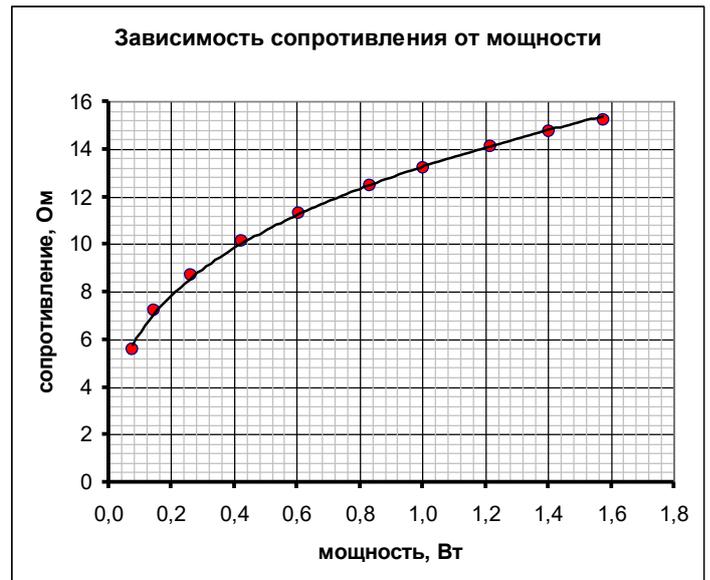
$$R = R_0 \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} P \right). \quad (7)$$

1.6 Таким образом, по заданным значениям напряжения и силы тока необходимо рассчитать мощность в цепи и сопротивление нити накала по формулам (7). После чего можно построить требуемый график.

Результаты расчетов приведены в Таблице 1 и на графике

Таблица 1.

U , В	I , мА	P , Вт	R , Ом
0,65	117	0,076	5,55
1,03	143	0,147	7,20
1,51	174	0,264	8,68
2,07	205	0,424	10,10
2,62	232	0,608	11,30
3,22	259	0,833	12,50
3,64	276	1,003	13,20
4,14	294	1,216	14,10
4,55	309	1,404	14,70
4,90	322	1,578	15,20



Расчеты показали, что данная зависимость сильно нелинейная – поэтому линейная модель должна быть отвергнута.

1.7 Несмотря на то, что линейная модель оказалась не пригодной для описания результатов эксперимента, для оценки температуры нити можно воспользоваться зависимостью сопротивления от температуры

$$R = R_0(1 + \alpha(t - t_0)) \quad (8)$$

Максимальное сопротивление лампочки равно $R = 15,20 \text{ Ом}$, тогда

$$t - t_0 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \quad (9)$$

Подставляя численные значения находим, что максимальная температура нити накаливания равна

$$t = t_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = 23^\circ + \frac{15,2 - 1,9}{5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 1,9} \approx 1400^\circ \text{C} \quad (10)$$

Часть 2. Строгая теоретическая модель

2.1 Для построения графика зависимости мощности потерь от температуры необходимо рассчитать значения температур (мощности уже подсчитаны). Для расчета температур следует воспользоваться приведенной зависимостью между сопротивлением и температурой

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{4}{5}} \quad (13)$$

Так как авторы задачи фактически построить график в относительных единицах, то можно рассчитать отношения $\frac{T}{T_0}$ (по формуле (13)) и $\frac{P}{P_0}$. Причем в качестве «нулевой точки»

можно выбрать любую из известных точек. Так как при повышении температуры вклад излучения в общие потери становится все более преобладающим, то разумно взять точки с максимальными значениями сил токов и напряжений. Поэтому в качестве «нулевой точки» выберем значения при $U = 3,22В$. Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2.

$U, В$	$I, мА$	$P, Вт$	$R, Ом$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)$	$\left(\frac{P}{P_0}\right)$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^3$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^4$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^5$
0,65	117	0,076	5,55						
1,03	143	0,147	7,20						
1,51	174	0,264	8,68						
2,07	205	0,424	10,1						
2,62	232	0,608	11,3						
3,22	259	0,833	12,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3,64	276	1,003	13,2	1,05	1,21	1,10	1,15	1,21	1,26
4,14	294	1,216	14,1	1,10	1,46	1,22	1,35	1,49	1,64
4,55	309	1,404	14,7	1,14	1,69	1,31	1,50	1,72	1,97
4,90	322	1,578	15,2	1,17	1,90	1,38	1,62	1,90	2,23

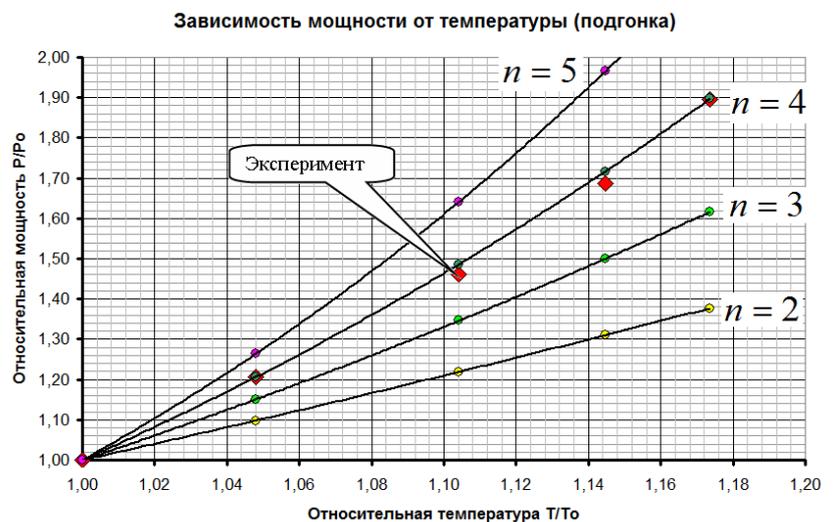
График показан на рисунке ниже: экспериментальные точки отмечены большими красными ромбами. Для определения показателя степени (указано, что она целая) можно вычислить значения

величины $\left(\frac{T}{T_0}\right)^n$ для

нескольких значений n (в Таблице 2 $n = 2, 3, 4, 5$). Для наглядности эти точки нанесены на график.

Проведенные расчеты показывают, что экспериментальные точки очень близко ложатся на кривую, соответствующую $n = 4$.

Таким образом, ответ однозначен: показатель степени в зависимости мощности излучения от температуры равен



$n = 4$	(14)
---------	------

2.3 Максимальную температуру нити накаливания можно выразить и рассчитать с помощью формулы (13), используя данные для комнатной температуры

$$T = T_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{4}{5}} = (273 + 23) \left(\frac{15,2}{1,9} \right)^{\frac{4}{5}} = 1560\text{K} \quad (15)$$

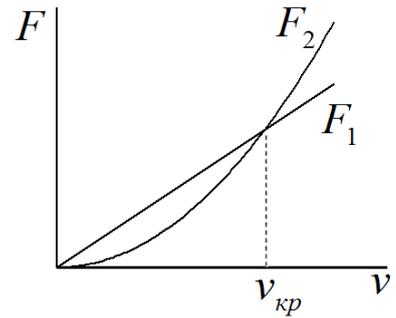
Переходя в привычную шкалу Цельсия, получаем:

$t_{\max} \text{ } ^\circ\text{C} = T - 273 \approx 1300^\circ\text{C}$	(16)
---	------

Полученный результат незначительно отличается от полученного в рамках линейной модели. Следовательно, основная причина неприменимости линейной модели действительно заключается в том, что основной механизм потерь – тепловое излучение нити накаливания.

Задание 3. Дождевые облака (Решение)

1.1 Графики зависимости силы сопротивления от скорости показаны на рисунке. Из этого рисунка следует, что формулу следует применять при скоростях меньше критической, а формулу (2) при скоростях больших критической.



1.2 Приравняем силы, задаваемые формулами (1) и (2) в условии задачи

$$\frac{1}{2} C_x \rho v^2 \cdot \pi r^2 = 6\pi\eta r v. \quad (1)$$

Из этого выражения следует, что критическая скорость равна

$$v_{кр} = \frac{12\eta}{C_x \rho r} = 0,37 \frac{м}{с}. \quad (1)$$

1.3 Очевидно, что скорость падения каплей значительно превышает величину найденной критической скорости. Поэтому для расчета силы сопротивления следует пользоваться формулой (2).

1.4 При скорости установившегося движения сила тяжести, действующая на каплю, уравновешивается силой сопротивления воздуха. Поэтому ее можно найти из условия

$$\frac{1}{2} C_x \rho V^2 \cdot \pi r^2 = mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g \Rightarrow V = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r. \quad (2)$$

Эту формулу можно переписать в виде

$$V = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r_0 = V_0 \sqrt{\frac{r}{r_0}}. \quad (3)$$

Что и требовалось доказать.

1.5 Значение критической скорости для шарика радиуса $r_0 = 1,0$ мм. как следует из формулы (3) равно

$$V_0 = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r_0 = 6,75 \frac{м}{с}. \quad (4)$$

1.6 Вторая, большая капля будет падать быстрее, разность времен падения рассчитывается по «детской» формуле:

$$\Delta t = \frac{H}{V_0} \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_2}} \right) = 74 с. \quad (5)$$

1.7 При падении капли ее скорость будет изменяться по закону

$$V = V_0 \sqrt{1 - \gamma t} \approx V_0 - V_0 \frac{\gamma t}{2}. \quad (6)$$

Т.е. движение капли будет равноускоренным. Поэтому закон движения капли будет иметь вид

$$z(t) = V_0 t - V_0 \frac{\gamma t^2}{4}. \quad (7)$$

Часть 2. Капля в облаке

2.1 Сила сопротивления, определяется формулой (2) из условия задачи, в случае движения воздуха, под скоростью тела следует понимать относительную скорость: т.е. скорость тела относительно движущегося воздуха. В системе отсчета связанной с воздухом, установившаяся скорость капли есть V , которая определяется формулой (3).

Следовательно, в системе отсчета, связанной с землей скорость движения капли равна

$$v = U - V \quad (8)$$

Если радиус капли не изменяется и равен $r_0 = 1,0 \text{ мм}$, то установившаяся скорость подъема капли будет равна

$$v = U - V_0 = 23 \frac{M}{c}. \quad (9)$$

2.2 При изменении радиуса капли скорость ее подъема будет изменяться. Так в условии оговорено, что капля достигает установившейся скорости очень быстро, то можно считать, что в любой момент времени скорость капли определяется формулой (7). Так как радиус капли изменяется, то изменяется и величина V .

В этом случае формула (7) описывает зависимость скорости капли от времени:

$$v(t) = U - V(t) = U - V_0 \sqrt{\frac{r(t)}{r_0}} \quad (10)$$

Здесь использована полученная ранее зависимость скорости установившегося движения от радиуса капли (3).

Условие остановки капли может быть сформулировано различными способами:

- скорость капли стала равной нулю;
- относительная скорость капли стала равной по модулю скорости подъема;
- сила сопротивления стала равной силе тяжести;

и т.д.

При любом подходе должно выполняться соотношение

$$U = V_0 \sqrt{\frac{r_s}{r_0}} \quad (11)$$

Из этого условия рассчитываем радиус остановившейся капли

$$r_s = r_0 \left(\frac{U}{V_0} \right)^2 = 20 \text{ мм} \quad (12)$$

2.3 В данном пункте нам фактически необходимо найти закон движения капли $x(t)$ по известной зависимости скорости от времени. Используя приведенную в условии зависимость радиуса от времени, запишем явную зависимость скорости от времени

$$v(t) = U - V_0 \sqrt{\frac{r(t)}{r_0}} = U - \frac{V_0}{\sqrt{r_0}} (\alpha t)^{1/4}. \quad (13)$$

Используя «серьезную математическую подсказку» можно сразу записать закон движения капли

$$z(t) = Ut - \frac{V_0}{\sqrt{r_0}} (\alpha)^{1/4} \frac{4}{5} t^{5/4} = Ut \left(1 - \frac{4}{5} \frac{V_0}{U} \sqrt[4]{\frac{\alpha t}{r_0^2}} \right). \quad (14)$$

здесь z - вертикальная координата капли, отсчитываемая от нижнего края облака.

Этот закон описывает движение капли, как вверх, так и вниз. Как следует из выражения (13) в момент остановки τ_1 выполняется условие

$$\alpha \tau_1 = r_0^2 \left(\frac{U}{V_0} \right)^4 \quad (15)$$

Следовательно, время подъема капли равно

$$\tau_1 = \frac{r_0^2}{\alpha} \left(\frac{U}{V_0} \right)^4 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 20 \text{ мин.} \quad (16)$$

Подставляя это выражение в закон движения (13), получаем, что максимальная высота подъема равна

$$z_{\max} = \frac{1}{5} U \tau_1 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ м.} \quad (17)$$

2.4 Из формулы (13) следует, что в момент возвращения капли к нижнему краю облака τ_2 будет выполнено условие

$$\frac{4}{5} \frac{V_0}{U} \sqrt[4]{\frac{\alpha \tau_2}{r_0^2}} = 1. \quad (18)$$

Так как $\alpha \tau_2 = r_m^2$, (r_m - максимальный радиус градины при ее возвращении к нижней границе облака), то из формулы (18) следует, что этот радиус равен



$$r_m = \left(\frac{5}{4} \frac{U}{V_0} \right)^2 = 31 \text{ мм.} \quad (19)$$

Не мало, но такие градины бывают (см. рис.). Кроме того, они частично растают при полете к земле.