



# Республиканская физическая олимпиада 2025 года (Заключительный этап)

## Теоретический тур

### 9 класс.

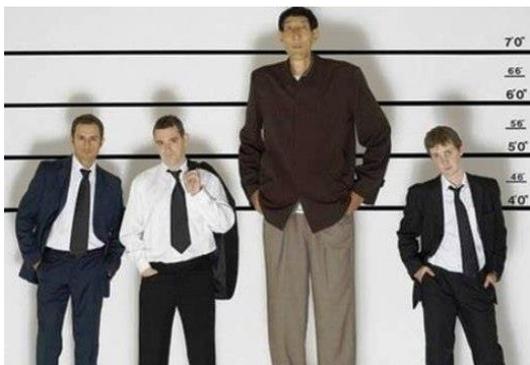
**Внимание! Прочтите в первую очередь.**

1. Полный комплект состоит из 3 заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. Решения задач выполняйте на отдельных чистых рабочих листах. Самостоятельно разделите их на черновики и чистовые листы. Рекомендуем сначала решать в черновике, а затем красиво оформить решение на чистовых листах. Решение каждого задания начинайте с нового чистового листа. В решении приведите рисунки (в некоторых заданиях рисунки необходимы, даже в том случае, когда это не оговорено в условии), исходные уравнения с кратким обоснованием, решения уравнений (комментарии к математическим выкладкам не требуются), окончательные результаты. Окончательные решения обязательно занесите в Листы ответов. Чистовые листы пронумеруйте. Черновые листы после окончания работы перечеркните. **Черновики проверяться не будут!**
3. Листы ответов содержат отдельные разделы в соответствии с пунктами полученных Вами заданий. Конечные формулы и требуемые численные значения занесите в соответствующие выделенные поля. Если по условию заданий от Вас требуется построение графика, используйте подготовленные бланки в Листах ответов, не забудьте подписать и оцифровать оси координат.
4. Все ваши работы сканируются, поэтому пишите только на одной стороне листа. Подписывать рабочие листы и листы ответов запрещается.
5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
6. После окончания работы сложите листы в следующем порядке: листы ответов; пронумерованные чистовые листы; перечеркнутые черновики.
7. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



**Пакет содержит:**

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий (9 стр.);
- листы ответов (8 стр.)



## Задание 1. Поговорим о средних...

В различных разделах физики часто используется понятие «среднее значение физической величины». Однако это понятие не является однозначным, потому, что «средние» могут быть разными! В каждом конкретном случае, надо точно определять о каком именно «среднем» идет речь. В данном задании Вам необходимо продемонстрировать понимание этой проблемы.

### Примечания.

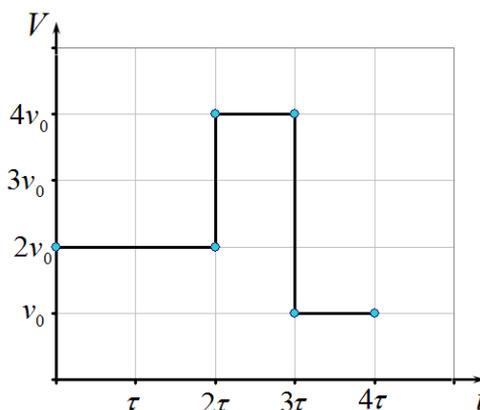
1. Все числа, фигурирующие в условии задачи, считайте точными.
2. В решении допускается проведение промежуточных численных расчетов.

### Задача 1.1 Средняя скорость.

Определение. Тело движется с переменной скоростью  $v(t)$  в течение промежутка времени  $t_0$ . Средней скоростью называется скорость равномерного движения  $\langle v \rangle$ , при которой за тот же промежуток времени  $t_0$  тело проходит такое же расстояние, как и при движении с заданной переменной скоростью  $v(t)$ .

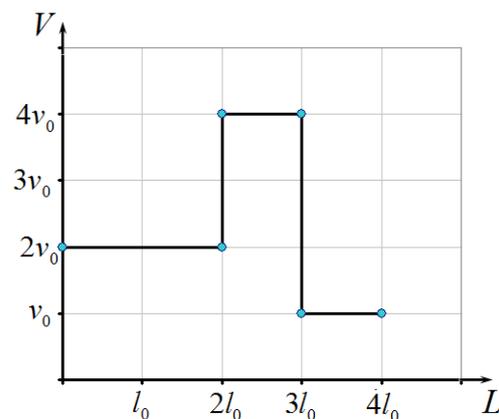
**1.1.1** Автомобиль движется по прямой. На рисунке представлена зависимость скорости автомобиля от времени. Величины  $\tau$  и  $v_0$  считайте известными.

**1.1.1** Найдите среднюю скорость точки за все время движения  $4\tau$ .



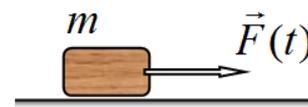
**1.1.2** Автомобиль движется по прямой. На рисунке представлена зависимость скорости автомобиля от пройденного пути. Величины  $l_0$  и  $v_0$  считайте известными.

**1.1.2** Найдите среднюю скорость точки на всем пути  $4l_0$ .



### Задача 1.2 Средняя сила.

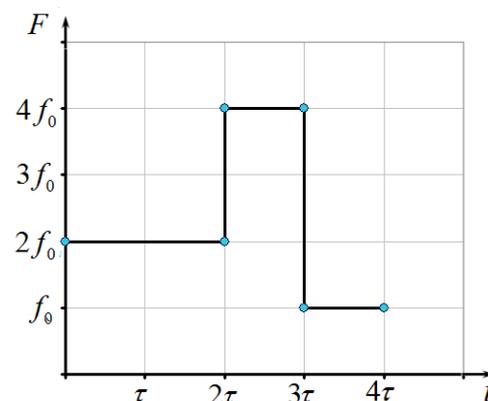
Пусть тело движется по прямой под действием переменной результирующей силы  $F(t)$ , направление которой совпадает с направлением вектора скорости тела.



Определение 1. «Средней импульсной» силой  $\langle F \rangle_p$  назовем такую постоянную силу, которая сообщает телу такой же импульс, как и заданная переменная сила  $F(t)$ .

Определение 2. «Средней энергетической» силой  $\langle F \rangle_E$  назовем такую постоянную силу, которая на всем участке пути совершает над телом такую же работу, как и переменная сила  $F(t)$ .

Тело массы  $m$  движется по прямой под действием переменной результирующей силы  $F(t)$ , направление которой совпадает с направлением вектора скорости тела. Зависимость модуля этой силы от времени показана на рисунке. Величины  $\tau$  и  $F_0$  считайте известными. В начальный момент времени  $t = 0$  скорость тела равна  $v_0$ .



**1.2.1** Рассчитайте, чему равна «средняя импульсная» сила, действующая на тело, за все время движения  $4\tau$ .

**1.2.2** Рассчитайте, чему равна «средняя энергетическая» сила, действующая на тело, за все время движения  $4\tau$ .

**1.2.3** Рассчитайте «среднюю энергетическую» силу при нулевой начальной скорости  $v_0 = 0$

### Задача 1.3 Средняя сила тока.

Через резистор, сопротивление которого постоянно и равно  $R$ , протекает электрический ток. сила которого зависит от времени  $I(t)$ .

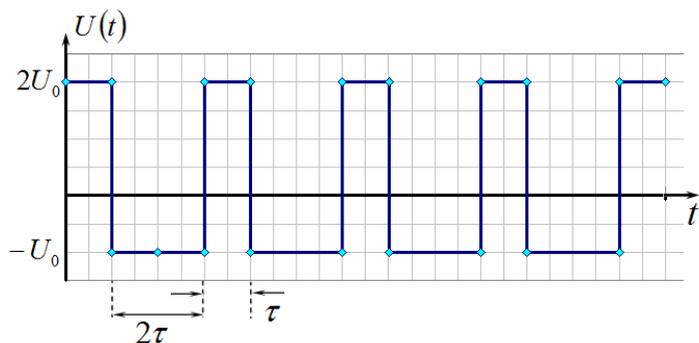
Определение 1. «Средней зарядовой» силой тока  $\langle I \rangle_q$  назовем силу постоянного тока, при которой заряд, протекающий через резистор за некоторый промежуток времени  $\Delta t$ , равен заряду, протекающему через резистор за тот же промежуток времени  $\Delta t$  при изменяющейся силе тока  $I(t)$ .

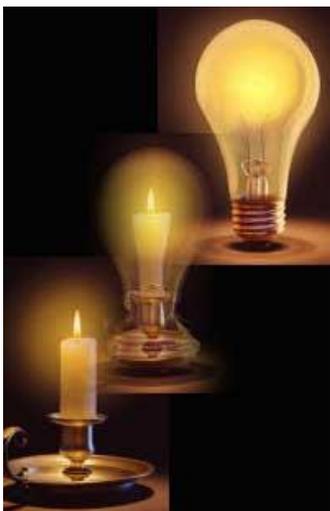
Определение 2. «Средней тепловой» силой тока  $\langle I \rangle_Q$  назовем силу постоянного тока, при которой количество теплоты, выделяющейся на резисторе за промежуток времени  $\Delta t$ , равно количеству теплоты, выделяющейся на резисторе за тот же промежуток времени при изменяющейся силе тока  $I(t)$ .

Напряжение на постоянном резисторе, сопротивление которого равно  $R$ , изменяется по периодическому закону  $U(t)$ , график которого показан на рисунке. Величины  $\tau$  и  $U_0$  считайте известными.

**1.3.1** Вычислите «среднюю зарядовую» силу тока за промежуток времени  $\Delta t$  значительно превышающий  $\tau$ .

**1.3.2** Вычислите «среднюю тепловую» силу тока за промежуток времени  $\Delta t$  значительно превышающий  $\tau$ .





## Задание 2. Изучение лампочки накаливания

При подготовке к Новому году Федор решил самостоятельно изготовить гирлянду из лампочек накаливания. Чтобы сразу не сжечь все имеющиеся лампочки, и чтобы они нормально светились, Федор решил провести экспериментальные исследования характеристик этого нехитрого прибора.

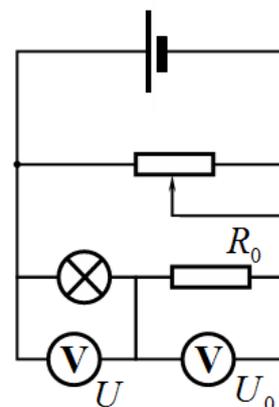
### Часть 1. Вольтамперная характеристика лампочки.

Федор переключил мультиметр в режим омметра и измерил сопротивление лампочки при комнатной температуре  $t_0 = 23^\circ\text{C}$ , оно оказалась равным  $R_{0л} = 1,92\ \text{Ом}$ .

Основной характеристикой любого элемента электрической цепи является ВАХ – вольтамперная характеристика – зависимость силы тока от приложенного напряжения. Для ее измерения Федор собрал электрическую цепь, показанную на рисунке.

Изменяя сопротивление переменного резистора, Федор измерил значения напряжений на лампочке  $U$  и на постоянном резисторе (сопротивление которого  $R_0 = 0,62\ \text{Ом}$ ) –  $U_0$ .

Результаты измерений приведены в Таблице 1 Листов ответов.



**1.1** Постройте график вольтамперной характеристики лампочки накаливания по результатам измерений Федора.

*Результаты необходимых расчетов приведите в свободных столбцах Таблицы 1, укажите формулы, по которым Вы провели расчет, график постройте на бланке Листов ответов.*

Для проверки своих измерений и построений Федор собрал цепь из трех последовательно соединенных лампочек и подключил к источнику напряжения  $U_1 = 4,5\ \text{В}$ .

**1.2** Чему равна потребляемая мощность  $P_1$  в этой цепи?

После этого Федор соединил эти 3 лампочки параллельно и подключил к тому же источнику напряжения  $U_1 = 4,5\ \text{В}$ .

**1.3** Чему равна потребляемая мощность  $P_2$  в этой цепи?

Для теоретического описания проведенного эксперимента Федор решил использовать следующие приближения:

1) Сопротивление лампочки линейно зависит от ее температуры  $t$ :

$$R = R_0(1 + \alpha(t - t_0)) \quad (1)$$

Температурный коэффициент сопротивления вольфрама Федор нашел в справочнике  $\alpha = 5,0 \cdot 10^{-3} K^{-1}$ . Здесь  $K$  - градус Кельвина. Температура по абсолютной шкале Кельвина связана с температурой по шкале Цельсия простым соотношением

$$T(^{\circ}K) = t(^{\circ}C) + 273,15^{\circ}K \quad (2)$$

2) Мощность тепловых потерь лампочки (т.е. количество теплоты уходящей в воздух в единицу времени) пропорциональна разности температур нити накаливания  $t$  и окружающего воздуха  $t_0$ :

$$P = \beta(t - t_0) \quad (3)$$

где  $\beta$  - неизвестный постоянный коэффициент, который Федор решил определить на основании экспериментальных данных.

В рамках этой линейной модели Федор сумел получить явный вид зависимости силы тока через лампочку от напряжения на ней.

**1.4** Найдите явный вид зависимости силы тока через лампочку от напряжения на ней  $I(U)$  в рамках линейной модели.

Полученная зависимость оказалась слишком громоздкой и трудно поддающейся анализу. Кроме того, у Федора возникла идея, как можно проверить применимость линейной модели к проведенному эксперименту.

Он сообразил, что можно легко рассчитать на основе результатов измерений мощность, выделяющуюся на лампочке  $P$  и ее сопротивление  $R$  и построить соответствующий график  $R(P)$ .

Федор провел необходимые расчеты, построил график этой зависимости и... с сожалением, отверг линейную модель!

**1.5** Найдите явный вид зависимости сопротивления лампочки от выделяющейся на ней мощности  $R(P)$ .

**1.6** Проведите необходимые численные расчеты и постройте график зависимости  $R(P)$  и кратко поясните, почему Федор отверг линейную модель.

*Примечания.* Результаты расчетов занесите в Таблицу 2 листов ответов. не забудьте подписать столбцы таблицы. Достаточно провести расчеты для половины точек, только выбирайте их разумно. График постройте на соответствующем бланке Листов ответов.

Для дальнейшего анализа Федор, тем не менее, решил оценить максимальную температуру нити накаливания в своем эксперименте.

**1.7** Оцените максимальную температуру нити накаливания на основании линейной модели.

## Часть 2. Строгая теоретическая модель

После продолжительных размышлений Федор решил, что основной недостаток линейной модели заключается в выборе механизма тепловых потерь лампочки, который описывается формулой (3). Действительно, нить накала разогревается достаточно сильно, в результате чего она и светится. Следовательно, основным механизмом тепловых потерь является излучение света. Пришлось опять обратиться к справочникам. В результате «рысканий» по Интернету Федор решил использовать следующие данные:

1) Мощность теплового излучения нагретых тел определяется формулой

$$P_{\text{изл.}} = AT^n, \quad (4)$$

где  $T$  - абсолютная температура тела,  $A$  - некоторый постоянный коэффициент,  $n$  - целое число.

2) Абсолютная температура  $T$  и электрическое сопротивление вольфрамовой нити в достаточно широком диапазоне температур связаны соотношением

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{R}{R_0} \right)^{\frac{4}{5}}, \quad (5)$$

здесь  $R_0$  - сопротивление нити при температуре  $T_0$ .

**2.1** Проведите необходимые расчеты и постройте график зависимости мощности потерь лампочки от абсолютной температуры  $P(T)$ .

*Примечания.* Не забудьте привести все формулы, которые Вы использовали в ходе расчетов. Результаты расчетов занесите в Таблицу 2 Листов ответов. Достаточно провести расчеты для половины точек, только выбирайте их разумно. Можете построить график зависимости  $P(T)$  в относительных единицах (не забудьте указать каких). График постройте на бланке Листов ответов.

**2.2** Используя любой метод (строгого расчета, подбора, угадывания – но с обоснованием найденного значения) определите показатель степени в формуле (5).

**2.3** Найдите максимальную температуру нити накаливания лампочки в этом эксперименте.

### Задание 3. Дождевые облака



Как и все природные явления, образование облаков, возникновения дождя и грады, гроз являются очень сложными и трудно описываемыми физическими явлениями. Физика облаков, физика атмосферы – разделы физики, которые продолжают активно развиваться.

В данной задаче Вам предстоит провести некоторые простые оценки, связанные с движением дождевых капель в облаке и под ним.

Справа показана простейшая модель мощной грозовой ячейки. Не пугайтесь - рассчитывать все ее параметры вам не придется. Этот рисунок приведен для того, чтобы показать, что движение воздуха в нем может быть направлено вверх, вниз, в стороны – в общем куда угодно!

Для решения задачи Вам понадобятся следующие характеристики воздуха и воды:

- плотность воды  $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;

- плотность воздуха будем считать постоянной и равной  $\rho = 1,2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;

- плотность водяного пара в воздухе при температуре воздуха у поверхности земли  $t = 25^\circ\text{C}$

равна  $\rho_{\text{пар}} = 2,3 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ; а при температуре  $t = 0^\circ\text{C}$

содержанием воды в воздухе можно пренебречь;

- вязкость воды (величина, которая определяет силы сопротивления воздуха, она понадобится вам один раз, в одной формуле)  $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$ ;

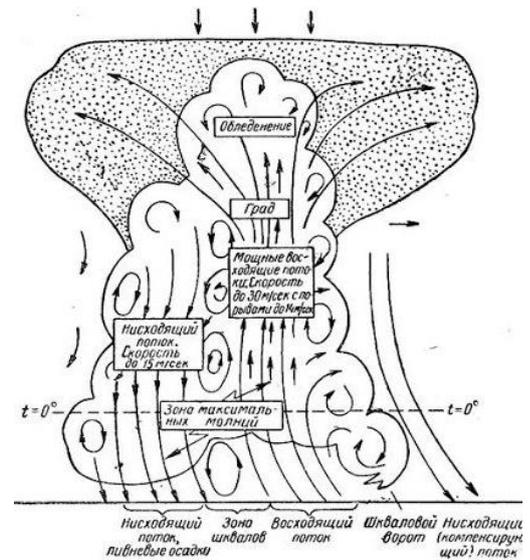
- ускорение свободного падения  $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ;

Формула для объема шара  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ , где  $R$  - его радиус. Во всех частях задания все считайте, что капли (и градины) имеют форму шара.

Серьезная математическая подсказка. Если скорость тела зависит от времени по закону  $v = bt^\gamma$  то изменение координаты тела (при любых  $\gamma$ ) описывается формулой

$$x = \frac{bt^{\gamma+1}}{\gamma+1}.$$

Например, примените эту формулу для  $\gamma = 1$ .



### Часть 1. Падение дождевых капель

В более учебниках физики можно найти формулы для силы сопротивления воздуха  $F$ , действующей на движущийся шарик:

При малых скоростях используется формула (которая называется формулой Стокса)

$$F_1 = 6\pi\eta r v \quad (1)$$

здесь  $r$  - радиус шарика,  $v$  - его скорость,  $\eta$  - коэффициент вязкости воздуха.

При больших скоростях сила сопротивления определяется формулой:

$$F_2 = C_x \frac{1}{2} \rho v^2 S, \quad (2)$$

где  $C_x = 0,47$  безразмерный коэффициент лобового сопротивления шарика,  $\rho$  - плотность воздуха,  $S = \pi r^2$  - площадь поперечного сечения шарика.

Сейчас Вам необходимо выбрать, какую формулу следует использовать в данной задаче. В реальности действуют обе силы (они имеют разную природу). Разумно выбрать ту силу, которая больше, меньшей силой можно пренебрегать.

**1.1** Нарисуйте очень схематические графики зависимости силы сопротивления от скорости, описываемые формулами (1) и (2).

**1.2** Получите формулу для «критической» скорости шарика  $v_{кр}$ , при которой обе формулы дают одинаковые значения. Рассчитайте численное значение этой критической скорости для капли радиуса  $r_0 = 1,0$  мм.

**1.3** Укажите, какую формулу для силы сопротивления следует использовать при описании движения капли в воздухе. Ответ кратко обоснуйте.

*Независимо от вашего ответа на вопрос 1.3, далее используйте формулу (2).*

Рассмотрим каплю, падающую в воздухе. По прошествии небольшого времени с начала падения, капля продолжает двигаться с некоторой постоянной, установившейся скоростью  $V$ . Можно считать, что капля достигает установившейся скорости за очень малый промежуток времени

**1.4** Покажите, что скорость установившегося движения капли радиуса  $r$  можно представить в виде

$$V = V_0 \sqrt{\frac{r}{r_0}} \quad (3)$$

где  $V_0$  - скорость установившегося движения капли радиуса  $r_0$ .

**1.5** Рассчитайте численное значение скорости  $V_0$ , если  $r_0 = 1,0$  мм.

*В дальнейшем используйте формулу (3), считая величины  $V_0, r_0$  известными (даже, если вам их не удалось найти)!*

Теперь Вам необходимо объяснить, почему всегда дождь начинается с падения самых крупных капель. Пусть нижняя граница облака находится на высоте  $H = 1,0$  км. Рассмотрим две капли, радиус одной равен  $r_0 = 1,0$  мм, а радиус второй  $r_2 = 4,0$  мм, которые одновременно начинают падать из нижней границы облака.

**1.6** Рассчитайте, чему равна разность времен падения этих капель, считая, что движением воздуха под тучей можно пренебречь.

Пусть в процессе падения радиус капли незначительно уменьшается из-за ее испарения по закону

$$r = r_0(1 - \gamma) \quad (4)$$

где  $\gamma$  - малая величина.

**1.7** Найдите закон движения испаряющейся капли  $z(t)$ , где  $z$  - расстояние от нижнего края облака.

*Подсказка. При малых  $x \ll 1$  можно воспользоваться приближенной формулой*

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}. \quad (5)$$

## Часть 2. Капля в облаке

Пусть в облаке образовался восходящий поток, движущийся вверх со скоростью  $U = 30 \frac{M}{c}$ .

**2.1** Рассчитайте, с какой скоростью относительно земли будет подниматься капля радиуса  $r_0 = 1,0 \text{ мм}$ .

Рассмотрим каплю, которая зародилась на нижней границе облака. В процессе движения капли в облаке ее радиус возрастает вследствие продолжающейся конденсации водяных паров в облаке. На некоторой высоте капля замерзнет и превратится в градину. Пренебрежем различием в плотностях воды и льда. В этом случае движение капли м замерзшей градины описываются одинаково. Теория конденсации утверждает, что скорость роста радиуса капли описывается приближенной формулой

$$r^2 \approx \alpha t. \quad (4)$$

где  $\alpha = 3,0 \cdot 10^{-7} \frac{M^2}{c}$  - постоянная величина. В этой формуле предполагается, что размер зародыша, из которого начинает расти капля, пренебрежимо мал. Этот закон справедлив при движении капли, как вверх, так и вниз.

**2.2** Рассчитайте, при каком радиусе капли  $r_s$  она прекратит подниматься вверх.

**2.3** Рассчитайте, за какое время  $\tau_1$  и на какую максимальную высоту  $z_{\max}$  относительно нижнего края облака поднимется эта капля.

**2.4** Рассчитайте радиус капли (или градины)  $r_m$  при ее возвращении на нижнюю границу облака.