11.5. На координатной плоскости нарисована парабола $y = x^2$, на правой ветви которой зафиксирована произвольная точка L, отличная от начала координат – точки O. Пары точек A и B выбираются на правой ветви параболы так, что прямая OL является биссектрисой угла AOB, после чего проводится прямая AB.

Докажите, что все получаемые таким образом прямые AB проходят через одну и ту же точку.

11.6. Дана бумажная полоска 1×2024. Вася и Петя играют в игру, делая ходы по очереди. Начинает Петя. За один ход разрешается закрасить любую ещё не закрашенную клетку полоски в любой из двух цветов – красный или синий. Когда все клетки полоски закрашены, её разрезают на минимально возможное количество полосок так, чтобы все клетки каждой полоски были одного цвета.

Какое максимальное количество таких полосок может гарантировать Вася вне зависимости от действий Пети?

11.7. На диаметре AB окружности ω выбраны точки P и Q так, что $0 < AP < AQ < AB$. Через точки P и Q проведены две параллельные прямые ℓ_p и ℓ_q соответственно. Прямая ℓ_p пересекает окружность ω в точках P_1 и P_2, а прямая ℓ_q пересекает окружность ω в точках Q_1 и Q_2, точки P_1 и Q_1 лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Прямые AQ_1 и P_1B пересекаются в точке R_1, а прямые AQ_2 и P_2B пересекаются в точке R_2.

Докажите, что середины отрезков P_1P_2, Q_1Q_2 и R_1R_2 лежат на одной прямой.

11.8. Найдите все функции f, определённые на множестве действительных чисел и принимающие действительные значения, такие, что для любых действительных чисел x и y верно равенство

$$f(x+y) + f\big(f(x) + f(y) - y\big) = f(x) + f(y).$$