

10.1. Для произвольного натурального числа n через $d(n)$ обозначим количество всех натуральных делителей числа n , включая 1 и само число n , а через $s(n)$ – сумму $d(1) + d(2) + \dots + d(n)$.

Найдите количество нечётных чисел среди $s(1), s(2), \dots, s(100)$.

10.2. Действительные числа x и y удовлетворяют равенству

$$x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1} = \frac{3}{4}.$$

Найдите все возможные значения выражения $\sqrt{x^2 + 1} \cdot \sqrt{y^2 + 1} + xy$.

10.3. В треугольнике ABC точка M – середина стороны AC , а H – точка пересечения высот. Окружность с диаметром BH повторно пересекается в точке N с окружностью, которая проходит через H и касается прямой AC в точке C .

Докажите, что точки H, M и N лежат на одной прямой.

10.4. На координатной плоскости xOy отмечено множество P точек (a, b) , для которых a, b – целые неотрицательные числа, не бóльшие 2023. Элементы множества P разбили на пары и в каждой паре точки соединили отрезком так, что никакие два построенных отрезка не пересекаются. Назовём отрезок *мелким*, если его длина равна 1.

Найдите минимальное возможное количество мелких отрезков.