Министерство образования
Республики Беларусь

Сборник заданий

для выпускного экзамена

по учебному предмету

«Математика»

за период обучения и воспитания
на III ступени общего среднего
образования

Министерство образования
Республики Беларусь

Сборник заданий

для выпускного экзамена
по учебному предмету

«Математика»

за период обучения и воспитания
на III ступени общего среднего
образования

Минск
Национальный институт образования
2022

УДК 51(075.3)
ББК 22.1я721
С23

Составители:
В. В. Беняш-Кривец, Т. А. Адамович, И. Г. Арефьева,
В. В. Казаков, О. Е. Цыбулько

Под редакцией
профессора В. В. Беняш-Кривца

Рецензенты:
каф. методики преподавания физ.-мат. дисциплин учреждения образования
«Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»
(канд. пед. наук, доц., зав. каф. ***Е. П. Гринько***)

учитель математики высш. квалификац. категории
гос. учреждения образования «Гимназия № 24 г. Минска» ***Т. В. Ячейко***

С23 **Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика»** за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования / сост. В. В. Беняш-Кривец [и др.] ; под ред. проф. В. В. Беняш-Кривца. — Минск : НИО : Аверсэв, 2022. — 159 с. : ил.

ISBN 978-985-893-011-0 (НИО).
ISBN 978-985-19-6187-6 (Аверсэв).

УДК 51(075.3)
ББК 22.1я721

ISBN 978-985-893-011-0 (НИО)
ISBN 978-985-19-6187-6 (Аверсэв)

УТВЕРЖДЕНО
Приказ первого заместителя
Министра образования
Республики Беларусь
от 30.12.2021 № 926

Предисловие

Настоящий сборник предназначен для определения заданий экзаменационных работ при проведении выпускного экзамена в письменной форме по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования.

Содержание заданий, сгруппированных по вариантам, соответствует требованиям образовательного стандарта учебного предмета «Математика» к уровню подготовки учащихся за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования. В каждом варианте представлено десять заданий (по два задания на каждый уровень усвоения учебного материала).

Предусмотрено условное разделение вариантов: для выпускников учреждений общего среднего образования, которые изучали учебный предмет «Математика» на базовом уровне, предназначены варианты 1—70, а для выпускников, изучающих предмет на повышенном уровне, — варианты 71—140.

Отметка за выполнение экзаменационной работы выставляется с применением следующих шкал: шкалы, определяющей максимальное количество баллов за каждое из 10 заданий (шкала 1), и шкалы перевода суммарного количества баллов, полученных учащимся, в отметку по десятибалльной системе (шкала 2).

При оценивании экзаменационных работ учитывается характер допущенных ошибок: существенных и несущественных.

Разрешается выставлять количество баллов, которым оценено соответствующее задание, на полях листов экзаменационной работы. После решения последнего задания записывается суммарное количество баллов за выполненные задания, которое переводится в соответствующую отметку.

Шкала 1

Шкала, определяющая максимальное количество баллов
за каждое из 10 заданий

Номер задания	Максимальное количество баллов за выполнение задания
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10
	Суммарный максимальный балл за выполнение всех заданий — 55

Шкала 2

Шкала перевода суммарного количества баллов, полученных
учащимся, в отметку

Количество баллов, полученных учащимся	Отметка по десятибалльной шкале оценки результатов учебной деятельности учащихся
1	1
2—4	2
5—7	3
8—12	4
13—18	5
19—25	6
26—33	7
34—42	8
43—52	9
53—55	10

Составители выражают искреннюю благодарность кафедре методики преподавания физико-математических дисциплин учреждения образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина» (заведующий кафедрой — кандидат педагогических наук, доцент Е. П. Гринько) и учителю математики высшей квалификационной категории государственного учреждения образования «Гимназия № 24 г. Минска» Т. В. Ячейко, принявшим участие в рецензировании данного пособия.

Вариант 1

1. Диаметр сферы равен $6\sqrt{3}$ см. Тогда радиус ограниченного этой сферой шара равен:

а) $12\sqrt{3}$ см; б) $6\sqrt{\frac{3}{2}}$ см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{\frac{3}{2}}$ см.

2. Определите верное равенство:

а) $\sin(90^\circ + \alpha) = \sin\alpha$; в) $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$;

б) $\sin(90^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$; г) $\sin(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$.

3. Показательная функция задана формулой $f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^x$. Найдите $f(-1)$.

4. Вычислите значение выражения $\sqrt[4]{16} + \sqrt[3]{-\frac{27}{125}}$.

5. Решите неравенство $\log_{0,8}(2 - x) \geq 2$.

6. Найдите нули функции $f(x) = 3\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + \sqrt{3}$.

7. Найдите объем конуса, полученного в результате вращения вокруг большего катета прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной $2\sqrt{6}$ см, и углом 30°.

8. Функция задана формулой $f(x) = 2x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$. Решите неравенство $f'(x) \geq 0$.

9. Найдите все корни уравнения $5 \cdot 9^x + 2 \cdot 15^x - 3 \cdot 25^x = 0$.

10. Сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противолежащего бокового ребра, перпендикулярно этому ребру. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности пирамиды равна $8\sqrt{3}$.

Вариант 2

1. Радиус сферы равен $8\sqrt{5}$ см, тогда диаметр ограниченного этой сферой шара равен:

а) $8\sqrt{5}$ см; б) $8\sqrt{\dfrac{5}{2}}$ см; в) $4\sqrt{5}$ см; г) $16\sqrt{5}$ см.

2. Определите верное равенство:

а) $\cos(90^\circ+\alpha)=\sin\alpha$; в) $\cos(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$;

б) $\cos(90^\circ+\alpha)=-\cos\alpha$; г) $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$.

3. Показательная функция задана формулой $f(x)=\left(\dfrac{1}{6}\right)^x$. Найдите $f(-1)$.

4. Вычислите значение выражения $\sqrt[4]{625}+\sqrt[3]{-\dfrac{8}{27}}$.

5. Решите неравенство $\log_{0,6}(4-x)\geq 2$.

6. Найдите нули функции $f(x)=3\operatorname{tg}\left(x-\dfrac{\pi}{9}\right)+\sqrt{3}$.

7. Найдите объем конуса, полученного в результате вращения вокруг меньшего катета прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной $4\sqrt{6}$ см, и углом 60°.

8. Функция задана формулой $f(x)=3x-x^2-\dfrac{x^3}{3}$. Решите неравенство $f'(x)>0$.

9. Найдите все корни уравнения $3\cdot 4^x+6^x-2\cdot 9^x=0$.

10. Сечение правильной треугольной пирамиды плоскостью, проходящей через сторону основания и середину противолежащего бокового ребра, перпендикулярно этому ребру. Найдите площадь сечения, если площадь боковой поверхности пирамиды равна $6\sqrt{3}$.

Вариант 3

1. Укажите точку, принадлежащую графику функции $y = \log_7 x$:

а) $A(14;-2)$; б) $B(\sqrt{7};-2)$; в) $C\left(\frac{1}{49};-2\right)$; г) $D(49;-2)$.

2. Сечением шара плоскостью является:
а) треугольник; в) окружность;
б) квадрат; г) круг.

3. Решите неравенство $6^x > \frac{1}{36}$.

4. Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}8$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

5. Представьте в виде одночлена выражение $\sqrt[8]{m^8} - \sqrt[3]{m^3}$, если $m < 0$.

6. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x$ в точке $A(0;0)$.

7. Высота правильной треугольной пирамиды равна $2\sqrt{3}$ см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол в $60°$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

8. Решите уравнение $\sqrt[4]{x+3} + 20 = \sqrt{x+3}$.

9. Используйте свойства функций и решите неравенство $\log_{0,5} x \geq x - 6$.

10. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°)$, у которого $AC = 3\sqrt{2}$ и $\angle A = 30°$. Диагональ B_1C боковой грани составляет с плоскостью AA_1B_1 угол $30°$. Найдите объем призмы.

Вариант 4

1. Укажите точку, принадлежащую графику функции $y = \log_6 x$:

а) $A(12;-2)$; б) $B\left(\frac{1}{36};-2\right)$; в) $C(36;-2)$; г) $D\left(\sqrt{6};-2\right)$.

2. Сечением сферы плоскостью является:

а) прямоугольник; в) окружность;
б) квадрат; г) круг.

3. Решите неравенство $7^x < \frac{1}{49}$.

4. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

5. Представьте в виде одночлена выражение $\sqrt[5]{b^5} - \sqrt[6]{b^6}$, если $b < 0$.

6. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$ в точке $B(1;3)$.

7. Высота правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол в $60°$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

8. Решите уравнение $\sqrt[4]{x+2} + 12 = \sqrt{x+2}$.

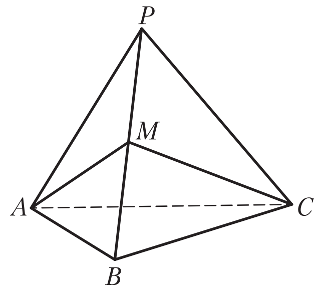
9. Используйте свойства функций и решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} x \geq x - 4$.

10. Основанием прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°)$, у которого $AB = 3\sqrt{2}$ и $\angle B = 45°$. Диагональ B_1C боковой грани составляет с плоскостью AA_1B_1 угол $30°$. Найдите объем призмы.

Вариант 5

1. На рисунке изображена треугольная пирамида $PABC$. Точка M принадлежит ребру PB. Определите прямую, по которой пересекаются плоскости ACM и APB:

а) AC; в) MC;
б) AM; г) PB.



2. Выберите верные равенства:

а) $\sqrt[6]{(-7)^6}=-7$; в) $\sqrt[6]{(-7)^6}=7$;
б) $\sqrt[5]{(-3)^5}=-3$; г) $\sqrt[5]{(-3)^5}=3$.

3. Показательная функция задана формулой $f(x)=3^x$. Найдите $f(-2)$.

4. Сократите дробь $\dfrac{a^{2\sqrt{5}}-b^{2\sqrt{5}}}{a^{\sqrt{5}}+b^{\sqrt{5}}}$.

5. Вычислите значение выражения $\sin\left(\operatorname{arcctg}\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$.

6. Решите неравенство $\log_{0,5}(x^2-3x)\geq\log_{0,5}(2x-4)$, учитывая область определения и свойство монотонности логарифмической функции.

7. Площадь сферы равна 5π см^2. Длина линии пересечения сферы и секущей плоскости равна π см. Найдите расстояние от центра сферы до секущей плоскости.

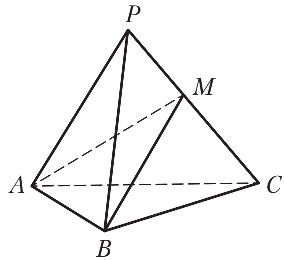
8. Найдите точки графика функции $f(x)=x^3-3x^2+3x$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

9. Найдите наименьший положительный корень уравнения
$5^{\cos^2 x-\sin^2 x-1}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

10. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 14 и диагональю 15. Ровно две боковые грани призмы — квадраты. Найдите площадь поверхности и объем призмы.

Вариант 6

1. На рисунке изображена треугольная пирамида $PABC$. Точка M принадлежит ребру PC. Определите прямую, по которой пересекаются плоскости ABM и APC:
а) AB; в) AM;
б) MB; г) AP.



2. Выберите верные равенства:
а) $\sqrt[4]{(-5)^4}=5$; в) $\sqrt[4]{(-5)^4}=-5$;
б) $\sqrt[7]{(-2)^7}=2$; г) $\sqrt[7]{(-2)^7}=-2$.

3. Показательная функция задана формулой $f(x)=2^x$. Найдите $f(-3)$.

4. Сократите дробь $\dfrac{a^{2\sqrt{3}}-b^{2\sqrt{3}}}{a^{\sqrt{3}}+b^{\sqrt{3}}}$.

5. Вычислите значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arccos\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}\left(9-x^2\right)\geq\log_{\frac{1}{2}}(4x+4)$, учитывая область определения и свойство монотонности логарифмической функции.

7. Площадь сечения шара плоскостью равна 80π см^2. Секущая плоскость удалена от центра шара на 8 см. Найдите площадь шара.

8. Найдите точки графика функции $f(x)=x^3-6x^2+12x$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

9. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $3^{1+2\cos x\sin x}=3\sqrt{3}$.

10. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основаниями 9 и 21 и диагональю 17. Ровно две боковые грани призмы — квадраты. Найдите площадь поверхности и объем призмы.

Вариант 7

1. Укажите функции, графики которых проходят через точку $(0;1)$:

а) $y = \cos x$; б) $y = \log_2 x$; в) $y = 5^x$; г) $y = \sqrt[3]{x}$.

2. Прямая a параллельна плоскости β. Определите все верные утверждения:

а) прямая a параллельна любой прямой, лежащей в плоскости β;

б) прямая a не имеет общих точек ни с одной прямой, лежащей в плоскости β;

в) прямая a имеет общую точку с плоскостью β;

г) любая плоскость, проходящая через прямую a, параллельна плоскости β.

3. Упростите выражение $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 6$.

4. Вычислите значение выражения $7^{-\frac{1}{3}} : 49^{-\frac{2}{3}}$.

5. Решите уравнение $4 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$.

6. Найдите все решения неравенства $\log_3 \left(x^2 + 2x\right) < 1$.

7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

8. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб, $\angle BAD = 60°$. Высота призмы равна 12 см. Расстояние от вершины D_1 до прямой AC равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

9. Найдите нули функции $f(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{4} + \sin\dfrac{\pi x}{3} \cos\dfrac{\pi x}{3}$.

10. Площадь осевого сечения усеченного конуса равна 36. Площадь его верхнего основания в 4 раза меньше площади нижнего, а диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Найдите объем конуса, основание которого совпадает с большим основанием данного усеченного конуса, а вершина — с центром меньшего основания.

Вариант 8

1. Укажите функции, графики которых проходят через точку $(0;0)$:
а) $y=3^x$; б) $y=\sin x$; в) $y=\sqrt[5]{x}$; г) $y=\log_3 x$.

2. Прямая a перпендикулярна плоскости β. Определите все верные утверждения:
а) прямая a перпендикулярна любой прямой, лежащей в плоскости β;
б) прямая a перпендикулярна только тем прямым плоскости β, которые проходят через точку пересечения прямой a и плоскости β;
в) прямая a может не пересекать плоскость β;
г) любая плоскость, проходящая через прямую a, перпендикулярна плоскости β.

3. Упростите выражение $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-8$.

4. Вычислите значение выражения $5^{-\frac{1}{7}}:25^{-\frac{4}{7}}$.

5. Решите уравнение $3\cdot 3^{2x}-10\cdot 3^x+3=0$.

6. Найдите все решения неравенства $\log_3\left(x^2-2x\right)<1$.

7. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x)=3x-2x^2$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

8. Основанием прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является ромб, $AC=8$ см, $BD=6$ см. Расстояние от вершины C_1 до прямой BD равно 5 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

9. Найдите нули функции $f(x)=0{,}25+\sin 3\pi x\cos 3\pi x$.

10. Площадь осевого сечения усеченного конуса равна 144, а диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны. Площадь верхнего основания конуса в 9 раз меньше площади нижнего. Найдите объем конуса, основание которого совпадает с меньшим основанием данного усеченного конуса, а вершина — с центром большего основания.

Вариант 9

1. Определите, какой из данных углов находится во второй четверти:

а) $79°$; в) $-193°$;

б) $185°$; г) $471°$.

2. Областью определения функции $y = \log_2(x-1)$ является промежуток:

а) $(-\infty;1)$; в) $(1;+\infty)$;

б) $(-\infty;+\infty)$; г) $(0;+\infty)$.

3. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус основания конуса равен 5 см, а образующая в 3 раза больше радиуса основания.

4. Вычислите значение выражения $8^{\sqrt{2}} : 2^{1+3\sqrt{2}}$.

5. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5} \le \left(\frac{1}{16}\right)^{x}$.

6. Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = x^3 + 4x^2$.

7. Объем правильной треугольной призмы равен $3\sqrt{3}$ см^3. Радиус окружности, описанной около основания призмы, равен $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ см. Найдите длину бокового ребра призмы.

8. Решите уравнение $\sqrt[6]{x^2 + x - 3} = \sqrt[6]{1-2x}$.

9. Найдите все значения переменной, при которых равны значения выражений $\cos^2 x - 7\sin^2 x$ и $3\sin 2x$.

10. Отрезок AB является стороной параллелограмма $ABCD$ и гипотенузой прямоугольного треугольника ABP. Плоскости этих фигур образуют прямой двугранный угол. Известно, что $AP = 20$, $BP = 15$, $BC = 9$, $\angle ABC = 60°$. Найдите расстояние от вершины P до вершины C.

Вариант 10

1. Определите, какой из данных углов находится в третьей четверти:
   а) $-136°$; в) $-184°$;
   б) $297°$; г) $473°$.

2. Областью определения функции $y=\log_3(x-2)$ является промежуток:
   а) $[2;+\infty)$; в) $(-\infty;+\infty)$;
   б) $(0;+\infty)$; г) $(2;+\infty)$.

3. Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус основания конуса равен 4 см, а образующая в 2 раза больше радиуса основания.

4. Вычислите значение выражения $9^{\sqrt{3}}:3^{1+2\sqrt{3}}$.

5. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4}\ge\left(\frac{1}{27}\right)^{x}$.

6. Найдите промежутки монотонности функции $f(x)=x^3-2x^2$.

7. Объем правильной треугольной призмы равен $18\sqrt{3}$ см^3, а ее боковое ребро равно 8 см. Найдите радиус окружности, вписанной в основание призмы.

8. Решите уравнение $\sqrt[4]{x^2-4x+3}=\sqrt[4]{1-x}$.

9. Найдите все значения переменной, при которых равны значения выражений $\sin^2 x+9\cos^2 x$ и $5\sin 2x$.

10. Плоскости параллелограмма $ABCD$ и прямоугольного треугольника ABP взаимно перпендикулярны. Известно, что $AP=30$, $BP=40$, $AD=32$, $\angle APB=90°$, $\angle ADC=60°$. Найдите расстояние между точками P и C.

Вариант 11

1. Выберите верное равенство:

а) $12^{\log_{12} 2} = 6$; в) $12^{\log_{12} 2} = 2$;

б) $12^{\log_{12} 2} = 10$; г) $12^{\log_{12} 2} = 4$.

2. Корнем уравнения $\sqrt[4]{x} = 2$ является число:

а) 16; б) 2; в) $\sqrt[4]{2}$; г) 4.

3. Площадь полной поверхности куба 150 см^2. Найдите его объем.

4. Упростите выражение $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \cdot \cos\alpha$.

5. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $s(t) = -t^2 + 10t - 7$ в момент времени $t = 3$ с, если путь измеряется в метрах.

6. Решите уравнение $81^x = \frac{1}{3} \cdot 27^{2x-1}$.

7. В треугольнике ABC катет $AB = 3$ см, $\operatorname{tg}\angle A = \frac{4}{3}$. Из вершины B к плоскости этого треугольника проведен перпендикуляр BM. Найдите расстояние от точки M до гипотенузы AC, если $BM = 1$ см.

8. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2x-1}{x+2} > 1$.

9. Найдите сумму целых решений неравенства $\sqrt{2^{x^2-2x-10}} \le \sqrt{33 - 8\sqrt{2}} + 1$.

10. Шар касается сторон треугольника ABC, где $AB = 4$, $BC = 5$, $AC = 7$. Расстояние от центра O шара до плоскости ABC равно $\frac{\sqrt{10}}{2}$. Найдите объем шара.

Вариант 12

1. Выберите верное равенство:

а) $15^{\log_{15} 3} = 5$; в) $15^{\log_{15} 3} = 6$;
б) $15^{\log_{15} 3} = 12$; г) $15^{\log_{15} 3} = 3$.

2. Корнем уравнения $\sqrt[6]{x} = 2$ является число:

а) 8; б) 2; в) $\sqrt[6]{2}$; г) 64.

3. Площадь полной поверхности куба 96 $см^2$. Найдите его объем.

4. Упростите выражение $\operatorname{ctg}(\pi - \alpha) \cdot \sin\alpha$.

5. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $s(t) = -t^2 + 9t + 8$ в момент времени $t = 4$ с, если путь измеряется в метрах.

6. Решите уравнение $16^x = \frac{1}{2} \cdot 8^{2x+3}$.

7. В треугольнике MNP катет $MN = 6$ см, $\operatorname{tg} \angle P = \frac{3}{4}$. Из вершины N к плоскости этого треугольника проведен перпендикуляр FN. Найдите длину перпендикуляра, если расстояние от точки F до гипотенузы MP равно 5 см.

8. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3x-2}{x+1} > 1$.

9. Найдите сумму целых решений неравенства
$\sqrt{3^{x^2-2x-21}} \le \sqrt{28 - 6\sqrt{3}} + 1$.

10. Шар касается сторон треугольника ABC, у которого $AB = 14$, $AC = 9$, $BC = 13$. Расстояние от центра O шара до плоскости ABC равно $\sqrt{6}$. Найдите площадь поверхности шара.

Вариант 13

1. Определите, какое наименьшее количество граней может иметь призма:
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6.

2. Степенная функция задана формулой $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$. Найдите $f(8)$.
а) $8\frac{2}{3}$; б) 8; в) 2; г) 4.

3. Вычислите значение выражения $\log_6 \frac{1}{36}+\lg 1000$.

4. Решите неравенство $2\cdot 4^x \le 0,25$.

5. Вычислите $f'(0)$, если $f(x)=\frac{3x+4}{4-5x}$.

6. В шаре на расстоянии 4 см от центра проведено сечение, площадь которого равна 9π см^2. Найдите объем шара.

7. Найдите абсциссы точек пересечения графика функции $f(x)=2\sin^2 x-2\cos^2 x-\sqrt{3}$ с осью абсцисс.

8. Решите уравнение $\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}=2$.

9. Решите неравенство $\log_{1-x}\frac{2x+3}{8x+4}>1$.

10. Основание пирамиды $PABCD$ — ромб $ABCD$ с диагоналями $BD=6$ и $CA=8$. Все боковые грани пирамиды образуют с основанием острый угол, синус которого равен $\frac{5}{13}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 14

1. Определите, какое наименьшее количество ребер может иметь призма:
а) 6; б) 7; в) 8; г) 9.

2. Степенная функция задана формулой $f(x)=x^{\frac{2}{5}}$. Найдите $f(32)$.
а) 4; б) $32\frac{2}{5}$; в) 16; г) 2.

3. Вычислите значение выражения $\log_3 \frac{1}{27}+\lg 100$.

4. Решите неравенство $4\cdot 2^x \geq 0,25$.

5. Вычислите $f'(0)$, если $f(x)=\frac{2x+3}{3-5x}$.

6. В шаре на расстоянии 3 см от центра проведено сечение, площадь которого равна 16π см^2. Найдите объем шара.

7. Найдите абсциссы точек пересечения графика функции $f(x)=2\sin^2 x-2\cos^2 x-\sqrt{2}$ с осью абсцисс.

8. Решите уравнение $\sqrt{x+6}-\sqrt{x-2}=2$.

9. Решите неравенство $\log_{1-x}\frac{2x+3}{8x+4}<1$.

10. Основание пирамиды $PABCD$ — ромб $ABCD$ с диагоналями $BD=12$ и $CA=16$. Все боковые грани пирамиды образуют с основанием острый угол, синус которого равен $\frac{4}{5}$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 15

1. Определите верное равенство:

а) $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$; в) $\operatorname{arcctg}(-a) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arcctg} a$;

б) $\operatorname{arcctg}(-a) = -\operatorname{arcctg} a$; г) $\operatorname{arcctg}(-a) = \operatorname{arcctg} a$.

2. Известно, что $a^{\frac{1}{3}} = 3$, тогда a равно:

а) 1; б) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{27}$; г) 27.

3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник, одна сторона которого равна 5 см. Высота цилиндра равна 3 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

4. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{1-x} = -3$.

5. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $y = 3 \cdot 2^{x+1} + 2^{x+3}$ расположен выше прямой $y = 14$.

6. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45°. Найдите объем пирамиды.

7. Решите уравнение $8\sin^2 x + 6\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 9$.

8. Найдите все корни уравнения
$\log_3(3-x) + \log_3(4-x) = 1 + 2\log_3 2$.

9. Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = \frac{t^3}{3} - 4t^2 + 21t - 6$ (время измеряется в секундах, расстояние — в метрах). В какой момент времени точка имеет наименьшую скорость? Найдите эту скорость.

10. Площадь основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $\sqrt{3}$. Через прямую AC проведена секущая плоскость, пересекающая ребро BB_1 в точке K и составляющая с прямой BB_1 угол, равный $\arcsin\frac{1}{4}$. Найдите радиус R окружности, описанной около треугольника AKC. В ответе запишите значение выражения $8\sqrt{3}R$.

Вариант 16

1. Определите верное равенство:

а) $\operatorname{arctg}(-a) = \pi - \operatorname{arctg}a$;
в) $\operatorname{arctg}(-a) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}a$;
б) $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg}a$;
г) $\operatorname{arctg}(-a) = \operatorname{arctg}a$.

2. Известно, что $a^{\frac{1}{3}} = 2$, тогда a равно:
а) 2; б) 8; в) 6; г) $\frac{1}{6}$.

3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник, одна сторона которого равна 6 см. Высота цилиндра равна 4 см. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

4. Найдите корень уравнения $\sqrt[5]{3 - x} = -2$.

5. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $y = 3^{x+1} + 4 \cdot 3^{x+2}$ расположен ниже прямой $y = 39$.

6. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12 см, а боковое ребро образует с плоскостью основания угол в 45°. Найдите объем пирамиды.

7. Решите уравнение $6\cos^2 x + 5\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 7$.

8. Найдите все корни уравнения
$\log_{0,5}(x + 2) + \log_{0,5}(x + 3) = \log_{0,5} 3 - 1$.

9. Материальная точка движется прямолинейно по закону $s(t) = \frac{t^3}{3} - 3t^2 + 15t - 7$ (время измеряется в секундах, расстояние — в метрах). В какой момент времени точка имеет наименьшую скорость? Найдите эту скорость.

10. Площадь основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $4\sqrt{3}$. Через прямую AC проведена секущая плоскость, пересекающая ребро BB_1 в точке K и составляющая с прямой BB_1 угол, равный $\arcsin\frac{\sqrt{6}}{4}$. Найдите радиус R окружности, описанной около треугольника AKC. В ответе запишите значение выражения $4\sqrt{2}R$.

Вариант 17

1. Выберите верное равенство $(a > 0,\ b > 0,\ a \neq 1,\ m \neq 0)$:

а) $\log_a b^m = m\log_a b$;

б) $\log_a b^m = \frac{1}{m}\log_a b$;

в) $\log_a b^m = m + \log_a b$;

г) $\log_a b^m = m - \log_a b$.

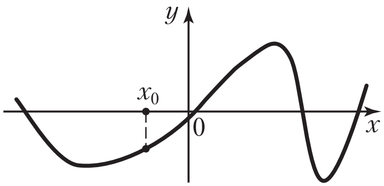
2. Функция $y = f(x)$ задана графически. Выберите верные утверждения:

а) $f(x_0) > 0$;

б) $f'(x_0) > 0$;

в) $f(x_0) < 0$;

г) $f'(x_0) < 0$.



3. Степенная функция задана формулой $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$. Найдите значение выражения $f(1) + f(125)$.

4. Объем шара равен $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ см^3. Найдите его радиус.

5. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{6}}(4x-7) < \log_{\frac{1}{6}}(x+2)$.

6. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \cos 4x \cos x - \sin 4x \sin x$ и $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

7. Решите уравнение $\sqrt{25-x} + \sqrt{x} = 5$.

8. В прямой призме $ABCA_1B_1C_1$ $AC = BC = 10$ см, $\angle ABC = 30°$. Расстояние от вершины C_1 до прямой AB равно 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

9. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{7}{\sqrt{250 \cdot 5^{3-x} - 2 \cdot 5^{x-3}}}$.

10. Прямоугольный треугольник с катетами $\sqrt{2}$ и $\sqrt{7}$ вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.

Вариант 18

1. Выберите верное равенство $(a > 0,\ b > 0,\ a \neq 1,\ m \neq 0)$:

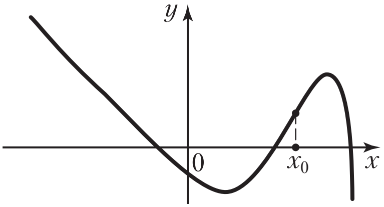
а) $\log_{a^m} b = m \log_a b$; в) $\log_{a^m} b = m + \log_a b$;

б) $\log_{a^m} b = \dfrac{1}{m} \log_a b$; г) $\log_{a^m} b = m - \log_a b$.

2. Функция $y = f(x)$ задана графически. Выберите верные утверждения:

а) $f(x_0) > 0$; в) $f(x_0) < 0$;

б) $f'(x_0) > 0$; г) $f'(x_0) < 0$.



3. Степенная функция задана формулой $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$. Найдите значение выражения $f(1) + f(64)$.

4. Объем шара равен $4\pi\sqrt{3}$ см^3. Найдите его радиус.

5. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(3x + 4) < \log_{\frac{1}{3}}(x - 3)$.

6. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \cos 5x \cos x + \sin 5x \sin x$ и $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

7. Решите уравнение $\sqrt{16 - x} + \sqrt{x} = 4$.

8. В прямой призме $ABCA_1B_1C_1$ $AC = BC = 12$ см, $\angle ABC = 45°$. Расстояние от вершины C_1 до прямой AB равно 11 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

9. Найдите область определения функции $f(x) = \dfrac{5}{\sqrt{3 \cdot 7^x - 147 \cdot 7^{5-x}}}$.

10. Прямоугольный треугольник с катетами $\sqrt{5}$ и $\sqrt{11}$ вращается вокруг гипотенузы. Найдите объем полученного тела вращения.

Вариант 19

1. Выберите точку, через которую проходит график функции $y=\sqrt[3]{x}$:
а) $A(27;3)$; б) $B(-1;1)$; в) $C(3;1)$; г) $D(-5;-125)$.

2. Определите верное равенство:
а) $\arcsin 1=-\frac{3\pi}{2}$; в) $\arcsin 1=\frac{\pi}{2}$;
б) $\arcsin 1=\pi$; г) $\arcsin 1=0$.

3. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 5 см, 6 см и 8 см.

4. Решите неравенство $\lg(3x-2)\geq 1$.

5. Найдите $f'(4)$, если $f(x)=\sqrt{x}-7x$.

6. Площади поверхностей двух шаров относятся как 9 : 16. Найдите отношение их объемов.

7. Решите уравнение $4^{x+1}+4^{1-x}-10=0$.

8. Найдите нули функции $f(x)=\sin 2x+\sqrt{2}\cos x$.

9. Найдите среднее арифметическое корней уравнения
$(x-3)\sqrt{x^2+5x+4}=2x-6$.

10. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 6 и 10, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом 60°. Вычислите объем V пирамиды. В ответе запишите значение $\sqrt{3}V$.

Вариант 20

1. Выберите точку, через которую проходит график функции $y = \sqrt[3]{x}$:
   а) $A(1;-1)$;
   б) $B(-2;-8)$;
   в) $C(64;4)$;
   г) $D(1;3)$.

2. Определите верное равенство:
   а) $\arccos 1 = \frac{3\pi}{2}$;
   б) $\arccos 1 = \pi$;
   в) $\arccos 1 = -\frac{\pi}{2}$;
   г) $\arccos 1 = 0$.

3. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 4 см, 8 см и 10 см.

4. Решите неравенство $\lg(4x-6) \geq 1$.

5. Найдите $f'(9)$, если $f(x) = \sqrt{x} - 5x$.

6. Объемы двух шаров относятся как 8 : 27. Найдите отношение площадей их поверхностей.

7. Решите уравнение $3^{x+1} + 3^{1-x} - 10 = 0$.

8. Найдите нули функции $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3}\cos x$.

9. Найдите среднее арифметическое корней уравнения $(x+1)\sqrt{x^2-10x+9} = 3x+3$.

10. В основании пирамиды лежит трапеция с основаниями 3 и 5, диагональ которой перпендикулярна боковой стороне. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом 30°. Вычислите объем V пирамиды. В ответе запишите значение $3\sqrt{3}V$.

Вариант 21

1. Выразите в радианах угол 45°:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{\pi}{4}$; г) $\frac{\pi}{6}$.

2. Укажите количество ребер четырехугольной пирамиды:

а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.

3. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 5$.

4. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} + 7$ с осью ординат.

5. Вычислите значение выражения $\log_3 5 - \frac{\log_2 15}{\log_2 3}$.

6. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны 1 см и 3 см, а площадь боковой поверхности равна 32 см^2.

7. Решите уравнение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin x = 2$.

8. Найдите все решения неравенства $4\log_3^2 x - 5\log_3 x + 1 \le 0$.

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{9 + 4\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}} + \sqrt{5}$.

10. Металлический шар радиуса R переплавлен в конус, площадь боковой поверхности которого в 2 раза больше площади его основания. Найдите высоту конуса.

Вариант 22

1. Выразите в радианах угол 60°:

а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{\pi}{4}$; г) $\frac{\pi}{6}$.

2. Укажите количество граней четырехугольной пирамиды:
а) 7; б) 6; в) 5; г) 8.

3. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 3$.

4. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} + 5$ с осью ординат.

5. Вычислите значение выражения $\log_5 3 - \frac{\log_7 15}{\log_7 5}$.

6. Найдите площадь боковой поверхности прямоугольного параллелепипеда, стороны основания которого равны 2 см и 3 см, а объем равен 30 см^3.

7. Решите уравнение $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \cos x = 2$.

8. Найдите все решения неравенства $3\log_5^2 x - 4\log_5 x + 1 \le 0$.

9. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{7 + 4\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{\sqrt{3} - 2}} + \sqrt{3}$.

10. Квадрат площади боковой поверхности медного конуса вдвое больше квадрата площади основания конуса. Высота конуса равна H. Конус переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

Вариант 23

1. Определите, какая фигура является сечением куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью BB_1D:
   а) треугольник; в) прямоугольник;
   б) трапеция; г) квадрат.

2. Производная функции $f(x) = x^6$ равна:
   а) $6x^6$; б) $6x^5$; в) x^5; г) $5x^5$.

3. Найдите значение выражения $\sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2}$.

4. Решите неравенство $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x+3} < 7^x$.

5. Решите уравнение $\sqrt{20 - x} = x$.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_3 x + 2\log_3 y = 3, \\ 2\log_3 x - \log_3 y = 6. \end{cases}$

7. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, высота которой равна 3 см, а двугранный угол при ребре основания равен 45°.

8. Решите уравнение $\sin x + \cos x = 1$.

9. Найдите значение выражения $5^{\sqrt{8-2\sqrt{7}}} : 5^{\sqrt{7}}$.

10. Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен 120°. Высота конуса равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь полной поверхности конуса.

Вариант 24

1. Определите, какая фигура является сечением куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью A_1BD:
   а) треугольник;
   б) трапеция;
   в) прямоугольник;
   г) квадрат.

2. Производная функции $f(x) = x^7$ равна:
   а) $7x^7$; б) $7x^6$; в) x^6; г) $6x^6$.

3. Найдите значение выражения $\sin\pi + \cos\pi$.

4. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+6} > 3^{2x}$.

5. Решите уравнение $\sqrt{12 - x} = x$.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2\log_5 x + \log_5 y = 1, \\ \log_5 x - 2\log_5 y = 8. \end{cases}$

7. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 6 см, если двугранный угол при ребре основания равен 45°.

8. Решите уравнение $\sin x - \cos x = 1$.

9. Найдите значение выражения $7^{\sqrt{6-2\sqrt{5}}} : 7^{\sqrt{5}}$.

10. Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен 120°. Высота конуса равна $2\sqrt{2}$. Найдите площадь полной поверхности конуса.

Вариант 25

1. Разверткой боковой поверхности цилиндра является:
   а) круг; в) прямоугольник;
   б) трапеция; г) треугольник.

2. Если $\sin\alpha = 0$, то угол α может быть равен:
   а) $90°$; б) $270°$; в) $-180°$; г) $-270°$.

3. Представьте число 3 в виде логарифма по основанию 2.

4. Вынесите множитель за знак корня в выражении $\sqrt[4]{2a^4b}$, где $a < 0$.

5. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \log_{0,25}\left(x^2 + 3x\right)$ и $y = -1$.

6. Решите уравнение $\sin^2 4x - \cos^2 4x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

7. Площадь сечения шара плоскостью в 8 раз меньше площади поверхности шара. Найдите расстояние от плоскости сечения до центра шара, если радиус шара равен $5\sqrt{2}$ см.

8. Решите неравенство $9^x - 3^{x+1} + 2 \le 0$.

9. Исследуйте функцию $f(x) = x^4 - 4x^2 - 5$ и постройте ее график.

10. Основанием пирамиды $MABCD$ служит прямоугольник $ABCD$. Ребро MB перпендикулярно плоскости основания, а грани AMD и DMC составляют с основанием соответственно углы $30°$ и $45°$. Высота пирамиды равна H. Найдите объем пирамиды.

Вариант 26

1. Осевым сечением любого цилиндра является:
а) круг; в) квадрат;
б) прямоугольник; г) треугольник.

2. Если $\cos\alpha = 0$, то угол α может быть равен:
а) 270°; б) –360°; в) –180°; г) 180°.

3. Представьте число 2 в виде логарифма по основанию 3.

4. Вынесите множитель за знак корня в выражении $\sqrt[6]{3m^6n}$, где $m < 0$.

5. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \log_{0,2}\left(x^2 - 4x\right)$ и $y = -1$.

6. Решите уравнение $\sin^2 3x - \cos^2 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

7. Площадь сечения шара плоскостью в 16 раз меньше площади поверхности шара. Найдите расстояние от плоскости сечения до центра шара, если радиус сечения равен 2 см.

8. Решите неравенство $25^x - 5^{x+1} + 4 < 0$.

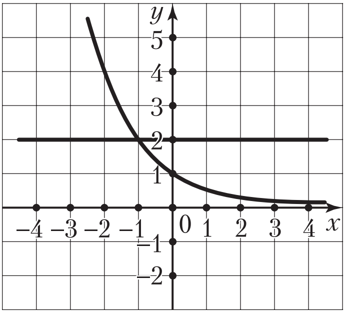
9. Исследуйте функцию $f\left(x\right) = x^4 - 6x^2 - 7$ и постройте ее график.

10. Основанием пирамиды $MABCD$ служит прямоугольник $ABCD$, $AB = a$. Ребро MB перпендикулярно плоскости основания, а грани AMD и DMC составляют с основанием соответственно углы 30° и 60°. Найдите объем пирамиды.

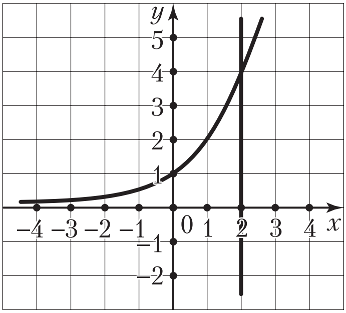
Вариант 27

1. Выберите рисунок, на котором изображена графическая модель системы уравнений $\begin{cases} y = 2^x, \\ x = 2. \end{cases}$

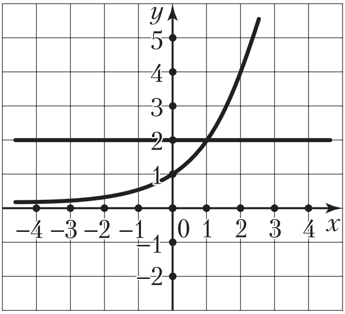
а)



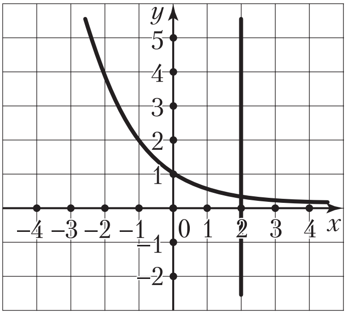
в)



б)



г)



2. Осевым сечением любого конуса является:

а) правильный треугольник; в) прямоугольник;
б) круг; г) равнобедренный треугольник.

3. Решите показательное уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = 9$.

4. Вычислите значение выражения $\cos\frac{4\pi}{3}$.

5. Сократите дробь $\frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt{b}}{\sqrt[3]{a} + b^{0,25}}$.

6. Решите неравенство $\log_{0,4}\left(x^2 + x - 4\right) \le \log_{0,4} x$.

7. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна $\sqrt{2}$ см, а диагональ призмы составляет с плоскостью боковой грани угол 30°. Найдите объем призмы.

8. Решите уравнение $x^2 + 6x - \sqrt{x^2 + 6x} = 12$.

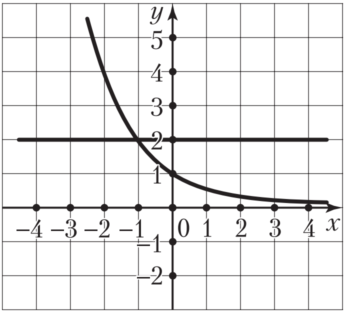
9. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\sin 2x + \sin x = 2\cos x + 1$.

10. На поверхности шара даны три такие точки A, B и C, что $AB = 8$, $BC = 15$, $AC = 17$. Центр шара находится на расстоянии $\frac{\sqrt{35}}{2}$ от плоскости ABC. Найдите площадь поверхности шара.

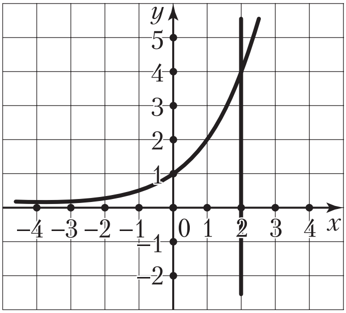
Вариант 28

1. Выберите рисунок, на котором изображена графическая модель системы уравнений $\begin{cases} y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \\ y = 2. \end{cases}$

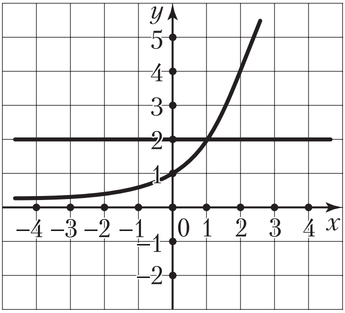
а)



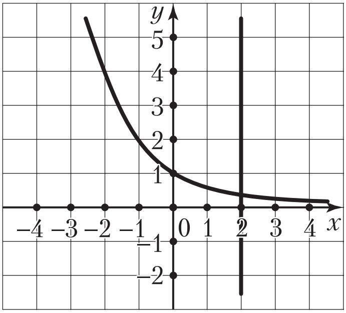
в)



б)



г)



2. Разверткой боковой поверхности конуса является:
а) прямоугольник;
б) круг;
в) сектор круга;
г) равнобедренный треугольник.

3. Решите показательное уравнение $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} = 25.$

4. Вычислите значение выражения $\sin\frac{7\pi}{6}$.

5. Сократите дробь $\frac{\sqrt[5]{m^2} - \sqrt{n}}{\sqrt[5]{m} - n^{0,25}}$.

6. Решите неравенство $\log_{0,2}\left(x^2+x-9\right)\leq\log_{0,2}x$.

7. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 8 см^2, а диагональ призмы составляет с плоскостью боковой грани угол 30°. Найдите объем призмы.

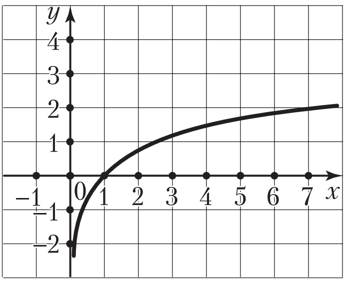
8. Решите уравнение $x^2-8x-\sqrt{x^2-8x}=6$.

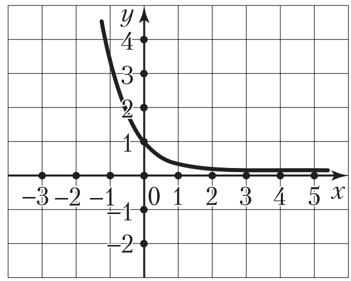
9. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x+\cos x=2\sin x+1$.

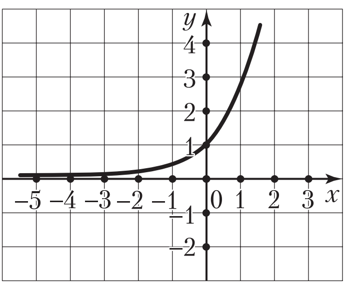
10. На поверхности шара даны три такие точки A, B и C, что $AB=7$, $BC=24$, $AC=25$. Центр шара находится на расстоянии $\frac{5\sqrt{11}}{2}$ от плоскости ABC. Найдите площадь поверхности шара.

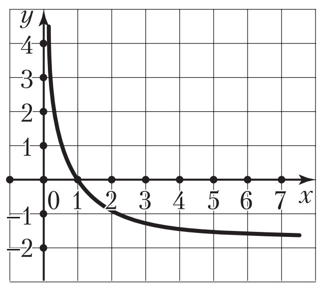
Вариант 29

1. Определите, на каком из рисунков изображен график функции $y = \log_a x$ при $0 < a < 1$.

а)


в)


б)


г)


2. Выберите верное утверждение.
Конус может быть получен вращением:
а) прямоугольника вокруг одной из его сторон;
б) параллелограмма вокруг одной из его сторон;
в) прямоугольной трапеции вокруг меньшего основания;
г) прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.

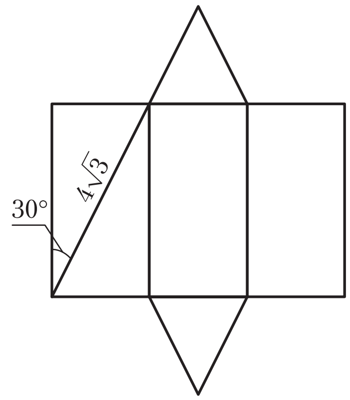
3. Вычислите значение выражения $\log_5 3 - \log_5 75$.

4. Представьте в виде степени с основанием a выражение $a^{2,4} : \sqrt[5]{a^2}$.

5. Решите неравенство $3^{x+2} - 2 \cdot 3^x > 7$.

6. Найдите все корни уравнения $\sin^2 x - 5\sin x + 4 = 0$.

7. На рисунке изображена развертка правильной треугольной призмы. Используя данные рисунка, найдите площадь полной поверхности призмы.



8. Решите уравнение $x+\sqrt{3x+7}=7$.

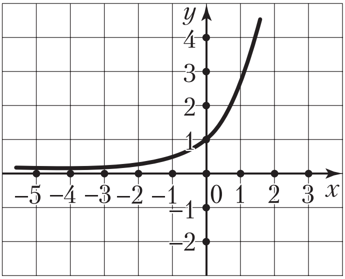
9. Найдите точки экстремума функции $f(x)=\dfrac{3+2x^2}{1-x}$.

10. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом $45°$, а апофема равна $\sqrt{15}$.

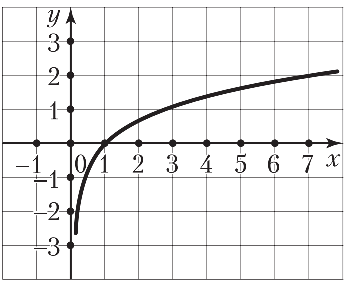
Вариант 30

1. Определите, на каком из рисунков изображен график функции $y = \log_a x$ при $a > 1$.

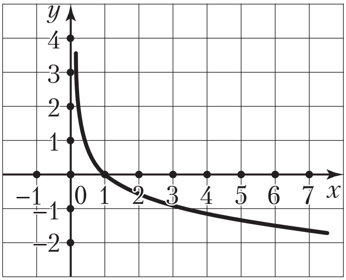
а)



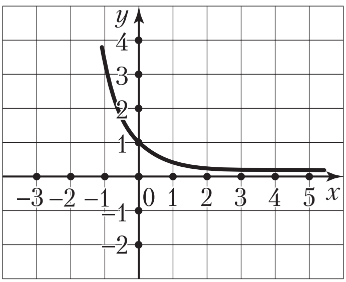
б)



в)



г)



2. Выберите верное утверждение.
Усеченный конус может быть получен вращением:
а) треугольника вокруг одной из его сторон;
б) прямоугольной трапеции вокруг меньшей боковой стороны;
в) прямоугольника вокруг одной из сторон;
г) ромба вокруг одной из диагоналей.

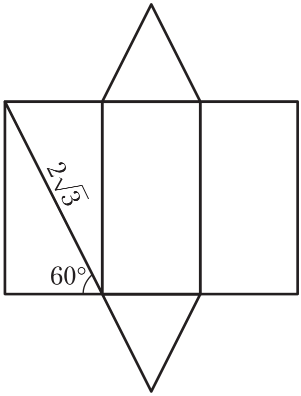
3. Вычислите значение выражения $\log_3 2 - \log_3 54$.

4. Представьте в виде степени с основанием b выражение $b^{3,6} : \sqrt[5]{b^3}$.

5. Решите неравенство $4^{x+2} - 3 \cdot 4^x < 13$.

6. Найдите все корни уравнения $\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$.

7. На рисунке изображена развертка правильной треугольной призмы. Используя данные рисунка, найдите площадь полной поверхности призмы.



8. Решите уравнение $\sqrt{13-3x}+x=1$.

9. Найдите точки экстремума функции $f(x)=\dfrac{4-x^2}{x+3}$.

10. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если ее боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом $45°$, а апофема равна $3\sqrt{5}$.

Вариант 31

1. Выберите верное равенство:

а) $\log_4 64 = 8$; в) $\log_4 64 = 3$;

б) $\log_4 64 = 16$; г) $\log_4 64 = 4$.

2. Выберите уравнение, не имеющее корней:

а) $\sqrt[7]{x} = 1$; б) $\sqrt[8]{x} = -1$; в) $\sqrt[4]{x} = 0$; г) $\sqrt[3]{x} = -5$.

3. Найдите $f'(3)$, если $f(x) = \dfrac{1}{x} - 8$.

4. Основанием пирамиды является треугольник, площадь которого равна $9\sqrt{5}$ см^2. Одно из боковых ребер пирамиды перпендикулярно плоскости основания и равно $\sqrt{5}$ см. Найдите объем пирамиды.

5. Решите уравнение $4\sin x \cos x = \sqrt{2}$.

6. Упростите выражение $\left(\dfrac{x^2 + y^2}{xy^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{3}{2}}} - \dfrac{x + y}{y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}}\right) \cdot xy^{-1}$.

7. Высота цилиндра равна 6 см, а радиус его основания 5 см. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, если она удалена от оси цилиндра на расстояние 4 см.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3\log_{\frac{1}{2}} x - \log_5 y = -13, \\ 3\log_5 y - 2\log_2 x = -5. \end{cases}$

9. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $f(x) = 3 \cdot 4^x + 6^x$ расположен не выше графика функции $g(x) = 2 \cdot 9^x$.

10. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 10 и 24. Плоскость сечения, проходящего через ребро верхнего и ребро нижнего оснований, не принадлежащих одной грани, составляет с основанием угол 30°. Найдите объем V параллелепипеда. В ответе запишите значение $13\sqrt{3}V$.

Вариант 32

1. Выберите верное равенство:

а) $\log_5 625 = 125$;

б) $\log_5 625 = 3$;

в) $\log_5 625 = 4$;

г) $\log_5 625 = 25$.

2. Выберите уравнение, не имеющее корней:

а) $\sqrt[5]{x} = -2$;

б) $\sqrt[6]{x} = -1$;

в) $\sqrt[8]{x} = 0$;

г) $\sqrt[9]{x} = 1$.

3. Найдите $f'(4)$, если $f(x) = \dfrac{1}{x} - 7$.

4. Основанием пирамиды является треугольник, площадь которого равна $6\sqrt{7}$ см^2. Одно из боковых ребер пирамиды перпендикулярно плоскости основания и равно $\sqrt{7}$ см. Найдите объем пирамиды.

5. Решите уравнение $4\sin x \cos x = \sqrt{3}$.

6. Упростите выражение $\left(\dfrac{a^2 - b^2}{a^{\frac{3}{2}} + ab^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{a - b}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}\right) : \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}$.

7. Радиус основания цилиндра равен 13 см. Площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра, равна 80 см^2. Расстояние от плоскости сечения до оси цилиндра равно 12 см. Найдите высоту цилиндра.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3\log_3 y - 5\log_2 x = -11, \\ 4\log_{\frac{1}{2}} x + \log_3 y = -13. \end{cases}$

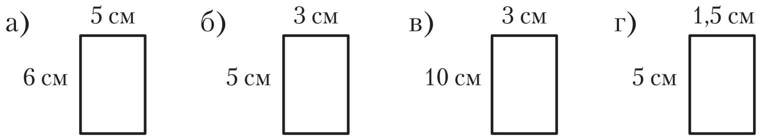
9. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $f(x) = 5 \cdot 9^x + 2 \cdot 15^x$ расположен не ниже графика функции $g(x) = 3 \cdot 25^x$.

10. В основании прямого параллелепипеда лежит ромб, диагонали которого равны 6 и 8. Плоскость сечения, проходящего через ребро верхнего и ребро нижнего оснований, не принадлежащих одной грани, составляет с основанием угол 60°. Найдите объем V параллелепипеда. В ответе запишите значение $5\sqrt{3}V$.

Вариант 33

1. Внесите множитель под знак корня в выражении $2\sqrt[4]{m}$:
а) $\sqrt[4]{4m^4}$; б) $\sqrt[4]{4m}$; в) $\sqrt[8]{m^2}$; г) $\sqrt[4]{16m}$.

2. Укажите прямоугольник, при вращении которого вокруг большей стороны может быть получен цилиндр объемом 90π см^3.



3. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = x^2 - 4x$.

4. Решите уравнение $\sin x + 1 = 0$.

5. Найдите нули функции $y = \left(\frac{2}{7}\right)^{x^2-5x} - 1$.

6. Вычислите значение выражения $\frac{2\lg 2 - \lg 12}{\lg 18 + \lg 0{,}5}$.

7. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, высота пирамиды равна $\sqrt{13}$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

8. Решите неравенство $\log_2^2 x + \log_2 x \geq 12$.

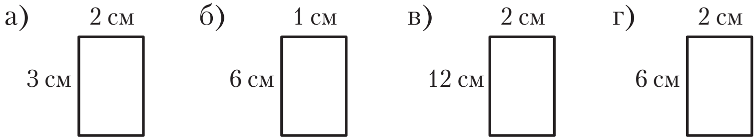
9. Найдите все корни уравнения $\sqrt{5x+21} + \sqrt{3x+28} = 5$.

10. Угол между плоскостями α и β равен $30°$. Точка M находится на расстоянии $\left(2-\sqrt{3}\right)$ от плоскости α и на расстоянии 2 от плоскости β. Найдите расстояние от точки M до прямой пересечения плоскостей α и β.

Вариант 34

1. Внесите множитель под знак корня в выражении $3\sqrt[3]{a}$:
а) $\sqrt[3]{9a}$; б) $\sqrt[3]{27a}$; в) $\sqrt[3]{3a}$; г) $\sqrt[9]{a}$.

2. Укажите прямоугольник, при вращении которого вокруг большей стороны может быть получен цилиндр объемом 24π см^3.



3. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = x^2 - 3x$.

4. Решите уравнение $\cos x + 1 = 0$.

5. Найдите нули функции $y = \left(\frac{5}{9}\right)^{x^2-3x} - 1$.

6. Найдите значение выражения $\frac{3\lg 4 + \lg 0,5}{\lg 7 - \lg 14}$.

7. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 12 см, высота пирамиды равна $2\sqrt{22}$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

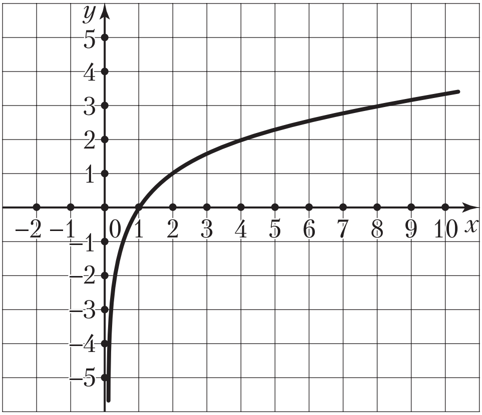
8. Решите неравенство $\log_3^2 x + \log_3 x \geq 6$.

9. Найдите все корни уравнения $\sqrt{3x+16} + \sqrt{6x+34} = 3$.

10. Угол между плоскостями α и β равен $60°$. Точка M находится на расстоянии 2 от плоскости α и на расстоянии $\left(\sqrt{3}-1\right)$ от плоскости β. Найдите расстояние от точки M до прямой пересечения плоскостей α и β.

Вариант 35

1. Укажите функцию, график которой изображен на рисунке.



а) $y = -\dfrac{2}{x}$; б) $y = 2^x$; в) $y = \log_2 x$; г) $y = x^2$.

2. Сечением цилиндра плоскостью, параллельной его оси, является:
а) круг;
б) треугольник;
в) окружность;
г) прямоугольник.

3. Упростите выражение $\left(2a^{0,3}\right)^3 + 2a^{0,9}$.

4. Решите уравнение $\cos 3x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Найдите ординату точки пересечения графика функции $f(x) = 4^{x+3} - 7$ с осью ординат.

6. Решите уравнение $\lg(3 - x) + \lg(2 - x) = \lg 2$.

7. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90°$, а гипотенуза равна $6\sqrt{3}$ см. Через сторону AB и вершину C_1 проведено сечение. Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания, если длина бокового ребра призмы равна 3 см.

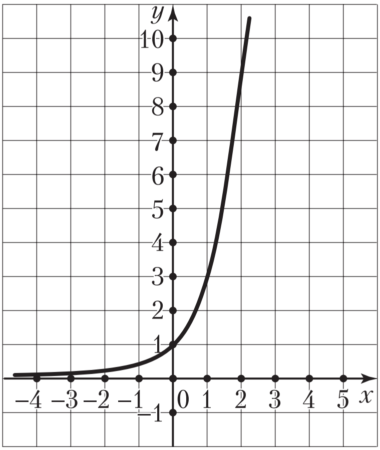
8. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x$, параллельной прямой $y = 4x - 5$.

9. На поверхности шара с центром в точке O выбраны точки A, B и C так, что у пирамиды $OABC$ все ребра равны. Найдите объем шара, если точка O удалена от плоскости ABC на $\sqrt{6}$.

10. Решите неравенство $\left(\sqrt{2}+1\right)^{\frac{6x-6}{x+1}} \le \left(\sqrt{2}-1\right)^{-x}$.

Вариант 36

1. Укажите функцию, график которой изображен на рисунке.



а) $y = \dfrac{3}{x}$;   б) $y = x^3$;   в) $y = \log_3 x$;   г) $y = 3^x$.

2. Сечением конуса плоскостью, проходящей через его вершину и хорду основания, является:

а) окружность;   в) равнобедренный треугольник;
б) квадрат;   г) трапеция.

3. Упростите выражение $\left(3b^{0,4}\right)^2 + 3b^{0,8}$.

4. Решите уравнение $\cos 2x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Найдите ординату точки пересечения графика функции $f(x) = 5^{x+2} - 9$ с осью ординат.

6. Решите уравнение $\log_2(4-x) + \log_2(3-x) = \log_2 6$.

7. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90°$. Через сторону AB и вершину C_1 проведено сечение, составляющее $60°$ с плоскостью основания. Найдите длину стороны AB, если длина бокового ребра призмы равна 6 см.

8. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 4x$, параллельной прямой $y = 2x - 7$.

9. На поверхности шара с центром в точке O выбраны точки A, B и C так, что у пирамиды $OABC$ все ребра равны. Найдите объем шара, если точка O удалена от плоскости ABC на $2\sqrt{6}$.

10. Решите неравенство $\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{6-5x}{x}} \leq \left(2-\sqrt{3}\right)^{-x}$.

Вариант 37

1. Выберите все верные равенства:

а) $\log_5 25 = 2$; б) $7^{-1} = -7$; в) $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$; г) $-3^2 = 9$.

2. Определите, как изменится объем пирамиды, если ее высоту уменьшить в 2 раза:

а) увеличится в 2 раза; в) увеличится в 4 раза;
б) уменьшится в 2 раза; г) увеличится в 8 раз.

3. Найдите производную функции $f(x) = x^2 - 5x$.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{64}} + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$.

5. Вычислите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

6. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 36} = \sqrt{2x - 1}$.

7. Найдите площадь полной поверхности конуса, у которого угол при основании осевого сечения равен $60°$, а образующая равна 12 м.

8. Решите уравнение $\lg(10x^2) \cdot \lg x = 1$.

9. Решите неравенство $-4 \le 3^{x^2 - 2x - 1} - 5 \le 4$.

10. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, K и M — середины ребер AB и DC соответственно. Найдите угол между прямыми B_1K и BM.

Вариант 38

1. Выберите верные равенства:

а) $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $6^{-1} = \frac{1}{6}$; в) $-5^2 = 25$; г) $\log_2 16 = 8$.

2. Определите, как изменится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в 3 раза:

а) увеличится в 3 раза; в) увеличится в 9 раз;
б) уменьшится в 3 раза; г) увеличится в 27 раз.

3. Найдите производную функции $f(x) = x^2 - 3x$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} + \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{81}}$.

5. Вычислите $\operatorname{ctg}\beta$, если $\sin\beta = -\frac{5}{13}$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

6. Решите уравнение $\sqrt{8-5x} = \sqrt{x^2 - 16}$.

7. Найдите площадь полной поверхности конуса, у которого угол при вершине осевого сечения равен $60°$, а образующая равна 6 м.

8. Решите уравнение $\lg\left(0{,}1x^2\right) \cdot \lg x = 1$.

9. Решите неравенство $8 < 3^{x^2-6x-3} - 1 < 80$.

10. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, M — середина ребра B_1C_1. Найдите угол между прямыми D_1C и A_1M.

Вариант 39

1. Представьте выражение $\sqrt[9]{b^4}$ в виде степени с рациональным показателем:

а) $b^{\frac{9}{4}}$; б) $b^{\frac{1}{5}}$; в) $b^{-\frac{4}{9}}$; г) $b^{\frac{4}{9}}$.

2. Если у призмы 10 вершин, то ее основанием является:

а) треугольник; в) пятиугольник;
б) четырехугольник; г) десятиугольник.

3. Найдите значение выражения $\log_5 \frac{1}{125} + 3^{\log_3 7}$.

4. Найдите корни уравнения $\sqrt{x^2 + 7x + 4} = 2$.

5. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \frac{2x-3}{1+x^2}$.

6. Осевое сечение цилиндра — прямоугольник, диагональ которого равна 10 см и образует с основанием угол, синус которого равен $\frac{3}{5}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

7. Решите неравенство $20^{x+1} > 5^{2x} \cdot 2^{4x}$.

8. Решите уравнение $\log_3^2(9x) + \log_3^2(3x) = 1$.

9. Найдите область определения функции $y = \frac{x-2}{\sin 2x + \cos 2x}$.

10. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция с основаниями 6 и 8. Все боковые грани пирамиды наклонены к ее основанию под углом 30°. Вычислите объем V пирамиды. В ответе запишите значение $\sqrt{3}V$.

Вариант 40

1. Представьте выражение $\sqrt[7]{m^3}$ в виде степени с рациональным показателем:

   а) $m^{\frac{1}{4}}$; б) $m^{\frac{3}{7}}$; в) $m^{\frac{7}{3}}$; г) $m^{-\frac{3}{7}}$.

2. Если у призмы 8 граней, то ее основанием является:

   а) семиугольник;
   б) четырехугольник;
   в) восьмиугольник;
   г) шестиугольник.

3. Найдите значение выражения $\log_4 \frac{1}{64} + 5^{\log_5 6}$.

4. Найдите корни уравнения $\sqrt{x^2+5x+9}=3$.

5. Найдите $f'(1)$, если $f(x)=\dfrac{4x-7}{x^2+3}$.

6. Осевое сечение цилиндра — прямоугольник, диагональ которого равна 13 см и образует с основанием цилиндра угол, косинус которого равен $\frac{12}{13}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

7. Решите неравенство $12^{x-2} < 3^{3x} \cdot 2^{6x}$.

8. Решите уравнение $\log_2^2(4x)+\log_2^2(2x)=1$.

9. Найдите область определения функции $y=\dfrac{x+1}{\sin 3x-\cos 3x}$.

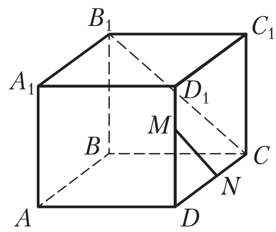
10. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 8. Все боковые грани пирамиды наклонены к ее основанию под углом 60°. Вычислите объем V пирамиды. В ответе запишите значение $\sqrt{3}V$.

Вариант 41

1. Укажите число, являющееся периодом функции $y = \sin x$:

а) π; б) $\frac{\pi}{2}$; в) 2π; г) $-\frac{3\pi}{2}$.

2. На рисунке изображен куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Определите взаимное расположение прямых B_1C и MN:



а) параллельны;
б) пересекаются;
в) являются скрещивающимися;
г) совпадают.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt[5]{x} = -2$.

4. Вычислите значение выражения $\log_6 \frac{1}{42} + \log_6 7$.

5. Сравните числа $\sqrt[6]{80}$ и $\sqrt[3]{9}$.

6. Площадь сечения шара плоскостью равна 16π см^2. Найдите расстояние от секущей плоскости до центра шара, если радиус шара равен 5 см.

7. Решите неравенство $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 \le 0$.

8. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = 5 + 4x^3 - x^4$ на отрезке $[-1; 4]$.

9. Найдите (в градусах) наибольший отрицательный корень уравнения $50^{3-\sin 5x} = 6\,250\,000$.

10. Найдите высоту H правильной треугольной пирамиды, у которой боковое ребро равно ребру основания, если объем пирамиды равен V. В ответе запишите значение $\sqrt{3}H^3$.

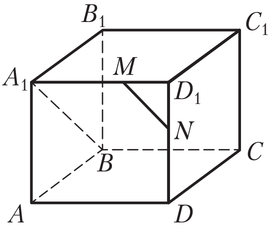
Вариант 42

1. Укажите число, являющееся периодом функции $y = \cos x$:

а) $-\frac{\pi}{2}$; б) π; в) $\frac{3\pi}{2}$; г) 2π.

2. На рисунке изображен куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Определите взаимное расположение прямых A_1B и MN:

а) пересекаются;
б) параллельны;
в) совпадают;
г) являются скрещивающимися.



3. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x} = -4$.

4. Вычислите значение выражения $\log_5 \frac{1}{30} + \log_5 6$.

5. Сравните числа $\sqrt[5]{7}$ и $\sqrt[10]{47}$.

6. Шар радиуса 10 см пересечен плоскостью на расстоянии 7 см от центра. Вычислите площадь сечения.

7. Решите неравенство $81^x - 9^x - 72 \le 0$.

8. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -2x^3 - 6x^2 + 5$ на отрезке $[-1;1]$.

9. Найдите (в градусах) наибольший отрицательный корень уравнения $40^{2-\cos 5x} = 64\,000$.

10. Найдите боковое ребро b правильной треугольной пирамиды, у которой боковая грань равна основанию, если объем пирамиды равен V. В ответе запишите значение $\sqrt{2}b^3$.

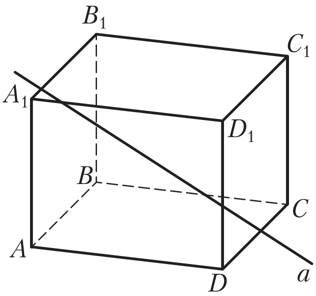
Вариант 43

1. Выберите уравнение, не имеющее корней:

а) $\sin x = \frac{1}{3}$; б) $\cos x = -3$; в) $\operatorname{tg} x = 5$; г) $\operatorname{ctg} x = \frac{2}{7}$.

2. Прямая a лежит в плоскости DD_1C_1. Укажите, какую из данных прямых пересекает прямая a:

а) A_1B_1; в) BB_1;
б) A_1D_1; г) CC_1.



3. График функции $y = a^x$ $(a > 0, a \neq 1)$ проходит через точку $N(2;81)$. Определите a.

4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{2-3x}{x-1}$.

5. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 14π см^2. Найдите площадь его осевого сечения.

6. Решите уравнение $\log_{0,25}(2x-1) = \log_{0,25}(x^2 + x - 3)$.

7. Известно, что α и β — углы четвертой четверти и $\cos\alpha = \frac{12}{13}$, $\sin\beta = -\frac{4}{5}$. Найдите $\sin(\alpha+\beta)$.

8. Найдите область определения функции $y = \sqrt{4^x - 2^x - 12}$.

9. Найдите корни уравнения $(x-3)(x-2) - 4\sqrt{x^2 - 5x + 1} = 10$.

10. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 10. Расстояние от стороны основания до плоскости противолежащей боковой грани равно $5\sqrt{3}$. Найдите объем V пирамиды. В ответе укажите значение $\sqrt{3}V$.

Вариант 44

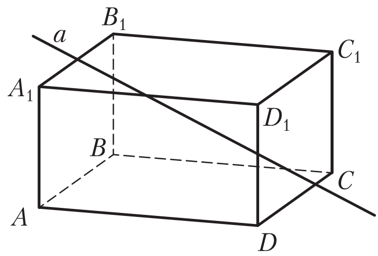
1. Выберите уравнение, не имеющее корней:

а) $\operatorname{tg} x = \frac{3}{7}$;   б) $\cos x = \frac{1}{9}$;   в) $\sin x = -2$;   г) $\operatorname{ctg} x = 5$.

2. Прямая a лежит в плоскости $A_1D_1C_1$. Укажите, какую из данных прямых пересекает прямая a:

а) BC;   в) B_1C_1;

б) BB_1;   г) DD_1.



3. График функции $y = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$ проходит через точку $F(2; 49)$. Определите a.

4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{4 - 5x}{x - 2}$.

5. Площадь осевого сечения цилиндра равна $\frac{6}{\pi}$ см^2. Найдите площадь его боковой поверхности.

6. Решите уравнение $\log_{0,3}\left(x^2 - 4x - 5\right) = \log_{0,3}(7 - 3x)$.

7. Известно, что α и β — углы второй четверти и $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\beta = -\frac{5}{13}$. Найдите $\sin(\alpha - \beta)$.

8. Найдите область определения функции $y = \sqrt{9^x - 3^x - 6}$.

9. Найдите корни уравнения $(x+2)(x+3) - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 2$.

10. Дана правильная четырехугольная пирамида со стороной основания 2. Расстояние от стороны основания до плоскости противолежащей боковой грани равно $\sqrt{3}$. Найдите объем V пирамиды. В ответе укажите значение $\sqrt{3}V$.

Вариант 45

1. Производная функции $f(x) = 4x^3$ равна:

а) $7x^2$; б) $12x^2$; в) $4x^2$; г) $\frac{4x^2}{3}$.

2. Выберите верное утверждение:

а) у треугольной пирамиды пять граней;

б) основанием правильной четырехугольной пирамиды является трапеция;

в) пирамида является правильной, если ее боковые ребра равны;

г) боковой гранью правильной усеченной пирамиды является равнобедренная трапеция.

3. Вычислите значение выражения $\log_{12} 2 + \log_{12} 6$.

4. Решите уравнение $\sqrt[8]{2x-5} = 1$.

5. Найдите значение выражения $\operatorname{arctg}\left(\sqrt{3}\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

6. Радиус основания конуса равен высоте конуса. Найдите объем и площадь поверхности конуса, если его образующая равна 12 см.

7. Решите неравенство $3^{\frac{x^2-12}{x}} < 3$.

8. Найдите все корни уравнения $\lg(0{,}01x) \cdot \lg(100x) = 5$.

9. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = \sin 2x$ и $g(x) = 3\sin x$.

10. Высота прямого параллелепипеда равна 8, а его диагонали составляют с плоскостью основания углы 60° и 45°. Угол между диагоналями основания параллелепипеда равен 60°. Найдите объем параллелепипеда.

Вариант 46

1. Производная функции $f(x)=3x^4$ равна:

а) $7x^3$; б) $4x^3$; в) $12x^3$; г) $\frac{3x^3}{4}$.

2. Выберите верное утверждение:

а) у четырехугольной пирамиды восемь вершин;

б) основанием правильной четырехугольной пирамиды является произвольный параллелограмм;

в) пирамида является правильной, если ее боковые грани — равнобедренные треугольники;

г) основаниями правильной усеченной треугольной пирамиды являются подобные треугольники.

3. Вычислите значение выражения $\log_{14} 2+\log_{14} 7$.

4. Решите уравнение $\sqrt[6]{2x-7}=1$.

5. Найдите значение выражения $\operatorname{arctg}\left(\sqrt{3}\operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$.

6. Высота конуса равна половине образующей конуса. Найдите объем и площадь поверхности конуса, если радиус его основания равен 10 см.

7. Решите неравенство $7^{\frac{x^2-6}{x}}>7$.

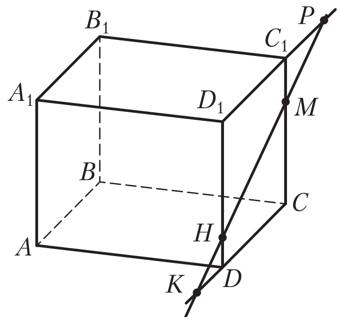
8. Найдите все корни уравнения $\lg(10x)\cdot\lg(0{,}1x)=3$.

9. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x)=\sin 2x$ и $g(x)=5\cos x$.

10. Высота прямого параллелепипеда равна 6, а его диагонали составляют с плоскостью основания углы 45° и 30°. Угол между диагоналями основания параллелепипеда равен 30°. Найдите объем параллелепипеда.

Вариант 47

1. Используя рисунок, определите точку пересечения прямой HM с плоскостью ABC:
а) M; в) D;
б) K; г) H.



2. Через точку $A(-1;-1)$ проходит график функции:
а) $y=\sqrt[4]{x}$; б) $y=\sqrt[5]{x}$; в) $y=\sqrt[6]{x}$; г) $y=\sqrt[10]{x}$.

3. Найдите значение выражения $\log_2 3-\log_2 96$.

4. Решите уравнение $\left(7^{x+1}\right)^{\frac{1}{5}}=7$.

5. Прямоугольник со сторонами 1 см и $\sqrt{\dfrac{17}{\pi}}$ см вращается вокруг меньшей стороны. Найдите объем полученной фигуры вращения.

6. Найдите все корни уравнения $\cos 6x-\cos 4x=0$.

7. Решите неравенство $\log_6 \dfrac{7-2x}{x+4}<0$.

8. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=x^2-4\sqrt{x}+2$ на отрезке $\left[\dfrac{1}{4};4\right]$.

9. Найдите все решения неравенства $\lg 0{,}2^{6x-1}-\lg 0{,}2^{x+2}<\lg 0{,}04^{x^2}$.

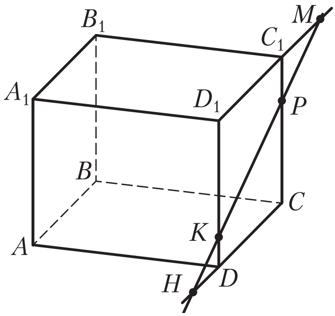
10. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 5, 5 и 8, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом 45°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 48

1. Используя рисунок, определите точку пересечения прямой KP с плоскостью ABC:

а) M; в) D;

б) K; г) H.



2. Через точку $A(-1;-1)$ проходит график функции:

а) $y=\sqrt[8]{x}$; б) $y=\sqrt[4]{x}$; в) $y=\sqrt[7]{x}$; г) $y=\sqrt[6]{x}$.

3. Найдите значение выражения $\log_3 2-\log_3 54$.

4. Решите уравнение $\left(5^{x+2}\right)^{\frac{1}{8}}=5$.

5. Прямоугольник со сторонами $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$ см и 1 см вращается вокруг большей стороны. Найдите объем полученной фигуры вращения.

6. Решите уравнение $\cos 8x-\cos 6x=0$.

7. Решите неравенство $\log_4 \dfrac{9-2x}{x+3}<0$.

8. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=x^2-4\sqrt{x}-5$ на отрезке $\left[\dfrac{1}{9};9\right]$.

9. Найдите все решения неравенства
$\lg 0{,}3^{5x+3}-\lg 0{,}3^{3x-2}>\lg 0{,}027^{x^2}$.

10. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 10, 10 и 12, все боковые грани наклонены к ее основанию под углом 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Вариант 49

1. Укажите верное равенство:

а) $\log_2 1 = 1$;

б) $\log_2 1 = 2$;

в) $\log_2 1 = 0$;

г) $\log_2 1 = \frac{1}{2}$.

2. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 5$:

а) $\operatorname{tg}\alpha = 10$;

б) $\operatorname{tg}\alpha = 25$;

в) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{5}$;

г) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{2}{5}$.

3. Определите, во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если его радиус увеличить в 3 раза.

4. Решите уравнение $\sqrt[3]{x+2} = 3$.

5. Сократите дробь $\dfrac{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}$.

6. Для функции $f(x) = 5^{x^2-9}$ найдите все значения аргумента, при которых $f(x) \geq 1$.

7. Вычислите: $\operatorname{tg}\frac{5\pi}{4} \cdot \cos\frac{11\pi}{6} \cdot \sin\frac{4\pi}{3}$.

8. Равнобедренные треугольники ABC и BDC, каждый из которых имеет основание BC, не лежат в одной плоскости. Их высоты, проведенные к основанию, равны 5 см и 8 см, а расстояние между точками A и D равно 7 см. Найдите градусную меру угла между плоскостями ABC и BDC.

9. Найдите произведение корней уравнения
$\left(x^2 - 3x - 4\right)\log_7(3x - 8) = 0$.

10. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, учитывая, что его диагональ равна $2\sqrt{3}$ и составляет с одной боковой гранью угол, равный 30°, а с другой — 45°.

Вариант 50

1. Укажите верное равенство:

а) $\log_3 3 = 3$; в) $\log_3 3 = \frac{1}{3}$;

б) $\log_3 3 = 0$; г) $\log_3 3 = 1$.

2. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 3$:

а) $\mathrm{tg}\,\alpha = 6$; в) $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{3}$;

б) $\mathrm{tg}\,\alpha = 9$; г) $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2}{3}$.

3. Определите, во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если его радиус уменьшить в 2 раза.

4. Решите уравнение $\sqrt[5]{x+3} = 2$.

5. Сократите дробь $\dfrac{b^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{6}}}{b^{\frac{1}{6}}}$.

6. Для функции $f(x) = 7^{x^2-4}$ найдите все значения аргумента, при которых $f(x) \le 1$.

7. Вычислите: $\mathrm{ctg}\,\frac{5\pi}{3} \cdot \cos\frac{13\pi}{6} \cdot \sin\frac{7\pi}{6}$.

8. Равнобедренные треугольники ABC и BDC, каждый из которых имеет основание BC, не лежат в одной плоскости. Их высоты, проведенные к основанию, равны 3 см и 8 см соответственно, а расстояние между точками A и D равно 7 см. Найдите градусную меру угла между плоскостями ABC и BDC.

9. Найдите произведение корней уравнения $(x^2 - 4x - 5)\log_5(2x - 7) = 0$.

10. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, учитывая, что его диагональ равна $2\sqrt{2}$ и составляет с одной боковой гранью угол, равный 30°, а с основанием — 45°.

Вариант 51

1. Выберите верное равенство:

а) $\log_2 11 - \log_2 6 = \log_2 \frac{11}{6}$;   в) $\log_2 11 - \log_2 6 = \log_2 5$;

б) $\log_2 11 - \log_2 6 = \frac{\log_2 11}{\log_2 6}$;   г) $\frac{\log_2 11}{\log_2 6} = \log_2 \frac{11}{6}$.

2. У пирамиды 24 ребра. Сколько у нее вершин?

а) 24;   б) 12;   в) 13;   г) 16.

3. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{7}{\sqrt[3]{49}}$.

4. Решите уравнение $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

5. Площадь боковой поверхности конуса 15π см^2, площадь полной поверхности 24π см^2. Найдите объем конуса.

6. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $y = 3 \cdot 2^{x+1} + 2^{x+3}$ расположен не ниже прямой $y = 56$.

7. Найдите значение выражения $\frac{\operatorname{ctg} 78° - \operatorname{ctg} 303°}{1 + \operatorname{tg}(-192°)\operatorname{ctg} 237°}$.

8. Решите уравнение $\log_2^2(16x) + 2\log_2 x = -9$.

9. Найдите наименьший из возможных углов, образованных с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + 2x + 1$.

10. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, длина ребра которого равна 2. Точка K — середина ребра DD_1. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки A, B_1 и K, и найдите его площадь.

Вариант 52

1. Выберите верное равенство:

а) $\dfrac{\log_7 11}{\log_7 2} = \log_7 \dfrac{11}{2}$;

в) $\log_7 11 - \log_7 2 = \dfrac{\log_7 11}{\log_7 2}$;

б) $\log_7 11 - \log_7 2 = \log_7 9$;

г) $\log_7 11 - \log_7 2 = \log_7 \dfrac{11}{2}$.

2. У пирамиды 12 вершин. Сколько у нее ребер?

а) 12; б) 22; в) 24; г) 18.

3. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби $\dfrac{5}{\sqrt[3]{25}}$.

4. Решите уравнение $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5. Площадь боковой поверхности конуса 20π см^2, площадь полной поверхности 36π см^2. Найдите объем конуса.

6. Найдите, при каких значениях аргумента график функции $y = 2 \cdot 3^{x+1} + 3^{x+2}$ расположен не выше прямой $y = 45$.

7. Найдите значение выражения $\dfrac{\operatorname{ctg} 261^\circ + \operatorname{tg} 201^\circ}{1 + \operatorname{ctg} 81^\circ \operatorname{ctg}(-69^\circ)}$.

8. Решите уравнение $\log_3^2(27x) + 2\log_3 x = -7$.

9. Найдите наименьший из возможных углов, образованных с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции $f(x) = \dfrac{16}{3}x^3 - 4x^2 + 2x - 6$.

10. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, длина ребра которого равна 4. Точка K — середина ребра A_1D_1. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки A, C и K, и найдите его площадь.

Вариант 53

1. Определите, какое из данных чисел не является решением неравенства $8^x > 1$:

а) 1; б) 3; в) 2; г) 0.

2. Выберите верное равенство:

а) $(2-7x)' = 2$; в) $(2-7x)' = -2$;

б) $(2-7x)' = 7$; г) $(2-7x)' = -7$.

3. Диагональ куба равна $5\sqrt{3}$ см. Найдите объем куба.

4. Решите уравнение $\cos 3x = -1$.

5. Сравните с нулем значение выражения $\log_5 7 - \dfrac{1}{\log_{35} 5}$.

6. Цилиндр с высотой 8 см и радиусом основания, равным $\sqrt{20}$ см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

7. Решите уравнение $\sqrt[4]{x-3} + 12 = \sqrt{x-3}$.

8. Докажите, что при всех допустимых значениях α значение выражения $\dfrac{\cos 6\alpha}{\cos 2\alpha} - \dfrac{\sin 6\alpha}{\sin 2\alpha} + 5$ не зависит от α.

9. Основание пирамиды — треугольник со сторонами 10, 10 и 12. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом 60°. Найдите объем пирамиды.

10. Найдите произведение корней уравнения
$\log_2^2 x + (x-1)\log_2 x + 2x - 6 = 0$.

Вариант 54

1. Определите, какое из данных чисел не является решением неравенства $3^x > 1$:
а) 2; б) 0; в) 3; г) 1.

2. Выберите верное равенство:
а) $(3-5x)' = 5$; в) $(3-5x)' = -5$;
б) $(3-5x)' = -3$; г) $(3-5x)' = 3$.

3. Диагональ куба равна $3\sqrt{3}$ см. Найдите объем куба.

4. Решите уравнение $\sin 5x = -1$.

5. Сравните с нулем значение выражения $\log_6 3 - \dfrac{1}{\log_{18} 6}$.

6. Цилиндр с высотой 8 см и радиусом основания, равным 5 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара.

7. Решите уравнение $\sqrt[4]{x-2} + 20 = \sqrt{x-2}$.

8. Докажите, что при всех допустимых значениях α значение выражения $\dfrac{\cos 9\alpha}{\cos 3\alpha} - \dfrac{\sin 9\alpha}{\sin 3\alpha} + 7$ не зависит от α.

9. Основание пирамиды — треугольник со сторонами 5, 5 и 8. Все боковые ребра пирамиды наклонены к основанию под углом 30°. Найдите объем пирамиды.

10. Найдите произведение корней уравнения
$\log_3^2 x + (x-2)\log_3 x + 2x - 8 = 0$.

Вариант 55

1. Представьте выражение $a^{\frac{3}{5}}$ в виде корня:
а) $\sqrt[3]{a^5}$; б) $\sqrt[5]{a^3}$; в) $\sqrt{a^3}$; г) $\sqrt[5]{a}$.

2. Уравнение $\operatorname{tg} x = 0$ равносильно уравнению:
а) $\cos x = 0$; б) $\sin x = 0$; в) $\cos x = 1$; г) $\sin x = 1$.

3. Показательная функция задана формулой $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^x$. Найдите $f(-2)$.

4. Ребро куба равно 6 см. Найдите площадь диагонального сечения куба.

5. Функция $y = f(x)$ определена на множестве действительных чисел. Известно, что $f'(x) = (x-2)(x+3)(x-1)$. Найдите промежутки возрастания функции.

6. Решите неравенство $3^{x+1} + 3^x \le 36$.

7. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а двугранный угол при основании равен $\operatorname{arctg} 2$. Найдите объем пирамиды.

8. Решите уравнение $\log_{x+2}(3x^2 - 12) = 2$.

9. Найдите область определения функции
$$f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 7x} - \frac{2}{\sqrt[10]{x(x+1)(8-x)}}.$$

10. Дан конус, высота которого равна 8. Определите, на каком расстоянии от плоскости основания конуса нужно провести плоскость, параллельную плоскости основания, чтобы этой плоскостью конус разделился на части, объемы которых относятся как 3 : 5, считая от вершины конуса.

Вариант 56

1. Представьте выражение $a^{\frac{4}{7}}$ в виде корня:
а) $\sqrt[7]{a}$; б) $\sqrt[4]{a^7}$; в) $\sqrt{a^7}$; г) $\sqrt[7]{a^4}$.

2. Уравнение $\operatorname{ctg} x = 0$ равносильно уравнению:
а) $\cos x = 0$; б) $\sin x = 0$; в) $\cos x = 1$; г) $\sin x = 1$.

3. Показательная функция задана формулой $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. Найдите $f(-2)$.

4. Ребро куба равно 4 см. Найдите площадь диагонального сечения куба.

5. Функция $y = f(x)$ определена на множестве действительных чисел. Известно, что $f'(x) = (x-3)(x+4)(x-2)$. Найдите промежутки убывания функции.

6. Решите неравенство $5^{x+1} - 5^x \geq 100$.

7. Высота правильной треугольной пирамиды равна 3 см, а боковая грань наклонена к основанию под углом, равным $\operatorname{arctg} 3$. Найдите объем пирамиды.

8. Решите уравнение $\log_{x+1}\left(2x^2 - 7\right) = 2$.

9. Найдите область определения функции
$$f(x) = \sqrt[6]{x^2 - 8x} - \frac{3}{\sqrt[4]{x(x+5)(9-x)}}.$$

10. Дан конус, высота которого равна 10. Определите, на каком расстоянии от плоскости основания конуса нужно провести плоскость, параллельную плоскости основания, чтобы этой плоскостью конус разделился на части, объемы которых относятся как 2 : 3, считая от вершины конуса.

Вариант 57

1. Логарифмическая функция задана формулой $f(x) = \log_6 x$. Выберите верное равенство:

а) $f(36) = 6$; б) $f(36) = 2$; в) $f(36) = \sqrt{6}$; г) $f(36) = \frac{1}{2}$.

2. Производная произведения вычисляется по правилу:

а) $(UV)' = U'V + V'U$; в) $(UV)' = U'V - V'U$;

б) $(UV)' = U'V'$; г) $(UV)' = U'V' + V'U'$.

3. Запишите число 2 в виде степени с основанием 5.

4. Два шара радиусами $\sqrt[3]{19}$ см и 2 см переплавили в один шар. Найдите радиус полученного шара.

5. Вычислите: $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

6. Решите неравенство $10^{3x^2-9x} > 0{,}000001$.

7. Решите уравнение $\sqrt[4]{x^4 + x^2 + 2x - 3} = x$.

8. Треугольник ABC — прямоугольный $(\angle C = 90°)$; $AB = 12$ см. Точка K удалена на расстояние, равное 10 см, от каждой вершины треугольника. Найдите угол между прямой KC и плоскостью ABC.

9. График функции $y = f(x)$ получен сдвигом графика функции $g(x) = \sin x$ на $\frac{\pi}{3}$ единиц вправо вдоль оси абсцисс и на 3 единицы вверх вдоль оси ординат. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y = f(x)$ и прямой $x = \frac{10\pi}{3}$.

10. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси и проходящей на расстоянии 3 от нее, если площадь полной поверхности цилиндра равна 250π, а площадь боковой поверхности — 200π.

Вариант 58

1. Логарифмическая функция задана формулой $f(x)=\log_7 x$. Выберите верное равенство:

а) $f(49)=\frac{1}{2}$; б) $f(49)=7$; в) $f(49)=\sqrt{7}$; г) $f(49)=2$.

2. Производная частного вычисляется по правилу:

а) $\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'}{V'}$; в) $\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V-V'U}{V^2}$;

б) $\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V'-V'U'}{V^2}$; г) $\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V+V'U}{V^2}$.

3. Запишите число 5 в виде степени с основанием 2.

4. Два металлических шара с радиусами $\sqrt[3]{37}$ см и 3 см переплавили в один шар. Найдите радиус полученного шара.

5. Вычислите: $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

6. Решите неравенство $10^{2x^2+6x}<0{,}0001$.

7. Решите уравнение $\sqrt[6]{x^6+x^2-x-2}=x$.

8. Треугольник ABC — прямоугольный $(\angle C=90°)$, $AB=8$ см. Точка K удалена на расстояние, равное 5 см, от каждой вершины треугольника. Найдите угол между прямой KC и плоскостью ABC.

9. График функции $y=f(x)$ получен сдвигом графика функции $g(x)=\sin x$ на $\frac{\pi}{3}$ единиц влево вдоль оси абсцисс и на 5 единиц вниз вдоль оси ординат. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y=f(x)$ и прямой $x=\frac{11\pi}{3}$.

10. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси и проходящей на расстоянии 6 от нее, если площадь полной поверхности цилиндра равна 600π, а площадь боковой поверхности — 400π.

Вариант 59

1. Значение выражения $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$ равно:

а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $\frac{\pi}{4}$.

2. У призмы 12 вершин. Сколько у нее граней?

а) 6; б) 8; в) 12; г) 10.

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x)=x^2$ в точке с абсциссой $x_0=4$.

4. Найдите значение выражения $6^{-\frac{1}{3}}:36^{-\frac{2}{3}}$.

5. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник со стороной 8 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.

6. Из функций $f(x)=x^2$; $g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$; $h(x)=3^x$ выберите возрастающую показательную функцию и постройте ее график.

7. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а двугранный угол при ребре основания равен 45°. Найдите объем пирамиды.

8. Найдите абсциссы точек пересечения графика функции $f(x)=\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}$ и прямой $y=1$.

9. Решите неравенство $\log_{x+1}(5-x)>1$.

10. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\sin x-\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

принадлежащих промежутку $[-\pi;2\pi]$.

Вариант 60

1. Значение выражения $\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$ равно:

а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{\pi}{2}$; г) $\frac{\pi}{4}$.

2. У призмы 9 граней. Сколько у нее вершин?

а) 9; б) 18; в) 14; г) 12.

3. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x)=x^2$ в точке с абсциссой $x_0=3$.

4. Найдите значение выражения $5^{-\frac{1}{3}}:25^{-\frac{2}{3}}$.

5. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник со стороной 6 см. Найдите площадь полной поверхности конуса.

6. Из функций $f(x)=x^3$; $g(x)=0{,}5^x$; $h(x)=4^x$ выберите убывающую показательную функцию и постройте ее график.

7. Апофема правильной четырехугольной пирамиды равна 12 см, а двугранный угол при ребре основания равен 60°. Найдите объем пирамиды.

8. Найдите абсциссы точек пересечения графика функции $f(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{2x-3}$ и прямой $y=1$.

9. Решите неравенство $\log_{x-2}(2x-7)<1$.

10. Найдите сумму корней уравнения

$$\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\sin x-\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

принадлежащих промежутку $[-2\pi;\pi]$.

Вариант 61

1. Укажите функцию, производная которой равна 4:

а) $y = 4x^2$; б) $y = \frac{4}{x}$; в) $y = 4x + 2$; г) $y = 4$.

2. Определите, через какую из данных точек проходит график функции $y = \log_7 x$:

а) $A(7;7)$; б) $B\left(\sqrt{7};-2\right)$; в) $C\left(\frac{1}{49};-2\right)$; г) $D(1;-1)$.

3. Площадь полной поверхности куба 96 см^2. Найдите его объем.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} - 16^{\frac{1}{4}}$.

5. Упростите выражение $\dfrac{1-\sin^2(\pi+\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)-\cos(\pi-\alpha)}$.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} \lg x + 2\lg y = 3, \\ 2\lg x - \lg y = 6. \end{cases}$

7. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды *PABCD* плоскостью *DBK* и найдите его площадь, если известно, что каждое ребро пирамиды равно 6 см и точка *K* является серединой ребра *PC*.

8. Решите неравенство $3 \cdot 25^x - 14 \cdot 5^x < 5$.

9. Найдите нули функции $y = \operatorname{tg} x\left(\sin\frac{x}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

10. Два цилиндра, высоты которых относятся как 4 : 9, имеют равные объемы. Найдите отношение площадей боковых поверхностей данных цилиндров.

Вариант 62

1. Укажите функцию, производная которой равна 5:

а) $y = 5x - 2$; б) $y = 5x^2$; в) $y = 5$; г) $y = \frac{5}{x}$.

2. Определите, через какую из данных точек проходит график функции $y = \log_6 x$:

а) $A(1;-1)$; б) $B\left(\frac{1}{36};-2\right)$; в) $C(6;6)$; г) $D\left(\sqrt{6};-2\right)$.

3. Площадь полной поверхности куба 150 см^2. Найдите его объем.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} - 125^{\frac{1}{3}}$.

5. Упростите выражение $\dfrac{1-\cos^2(\pi-\alpha)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)-\sin(\pi+\alpha)}$.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2\lg x + \lg y = 1, \\ \lg x - 2\lg y = 8. \end{cases}$

7. Постройте сечение правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ плоскостью ACM и найдите его площадь, если известно, что каждое ребро пирамиды равно 4 см и точка M является серединой ребра BP.

8. Решите неравенство $8 \cdot 4^x - 15 \cdot 2^x < 2$.

9. Найдите нули функции $y = \operatorname{ctg} x\left(\cos\frac{x}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

10. Два цилиндра, радиусы которых относятся как $2:3$, имеют равные объемы. Найдите отношение площадей боковых поверхностей данных цилиндров.

Вариант 63

1. Точка P_α единичной окружности имеет координаты $P_\alpha\left(-\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

Выберите верное равенство:

а) $\sin\alpha = \frac{4}{5}$;

б) $\sin\alpha = -\frac{3}{5}$;

в) $\sin\alpha = -\frac{4}{5}$;

г) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

2. Известно, что $f'(x_0) = -3$. Тогда угол, который в точке x_0 образует с осью абсцисс касательная к графику функции $y = f(x)$:

а) острый;

б) тупой;

в) прямой;

г) равен нулю.

3. Найдите длину большой окружности сферы, площадь поверхности которой равна 100π см^2.

4. Найдите нуль функции $y = 3^{x+2} - 27$.

5. Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[6]{18}$.

6. Решите уравнение $\sqrt{x+4} = x + 2$.

7. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 3 см и 4 см, а угол между ними 60°. Площадь боковой поверхности этого параллелепипеда равна $15\sqrt{3}$ см^2. Найдите объем параллелепипеда.

8. Решите неравенство $\log_3\left(x^2 - 2x + 1\right) \le 2$.

9. Постройте график функции $y = \cos^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1$.

10. Найдите величину двугранного угла при боковом ребре правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания $2\sqrt{5}$ и боковым ребром, равным 5.

Вариант 64

1. Точка P_α единичной окружности имеет координаты $P_\alpha\left(-\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right)$.

Выберите верное равенство:

а) $\cos\alpha = \frac{4}{5}$;

б) $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$;

в) $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$;

г) $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

2. Известно, что $f'(x_0) = 5$. Тогда угол, который в точке x_0 образует с осью абсцисс касательная к графику функции $y = f(x)$:

а) острый;

б) тупой;

в) прямой;

г) равен нулю.

3. Найдите длину большой окружности сферы, площадь поверхности которой равна 36π см^2.

4. Найдите нуль функции $y = 2^{x+1} - 4$.

5. Расположите в порядке убывания числа $\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[15]{30}$.

6. Решите уравнение $\sqrt{x+8} = x - 4$.

7. В прямом параллелепипеде стороны основания равны 4 см и 5 см, а угол между ними 45°. Площадь боковой поверхности этого параллелепипеда равна $20\sqrt{2}$ см^2. Найдите объем параллелепипеда.

8. Решите неравенство $\log_2\left(x^2 - 6x + 9\right) \le 2$.

9. Постройте график функции $y = \cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{12} - \frac{x}{2}\right) - 1$.

10. Найдите величину двугранного угла при боковом ребре правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания $2\sqrt{10}$ и боковым ребром, равным 10.

Вариант 65

1. Корнем уравнения $3^x = 5$ является число:

а) $\log_5 3$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $\sqrt[5]{3}$; г) $\log_3 5$.

2. Выберите верные равенства:

а) $\sqrt[6]{(-5)^6} = -5$; в) $\sqrt[6]{(-5)^6} = 5$;

б) $\sqrt[7]{(-10)^7} = -10$; г) $\sqrt[7]{(-10)^7} = 10$.

3. Найдите градусную меру угла $\frac{7\pi}{18}$.

4. Решите уравнение $\lg(x+26) = 3$.

5. Найдите объем конуса, у которого образующая равна $3\sqrt{2}$ см и наклонена к плоскости основания под углом 45°.

6. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3 - \frac{8}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

7. Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC, длины которых относятся как 5 : 6. Найдите расстояние от точки A до плоскости α, если проекции наклонных на эту плоскость соответственно равны 4 см и $3\sqrt{3}$ см.

8. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = \sin 5x$ и $g(x) = \sin 3x$.

9. Решите неравенство $\log_{x+1}\left(\frac{x^2 - x - 1}{x+2}\right) \geq 0$.

10. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, основания которой равны 8 и 4. Через большее основание трапеции и середину противолежащего бокового ребра проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол 60°. Площадь сечения равна 48. Найдите объем призмы.

Вариант 66

1. Корнем уравнения $3^x = 7$ является число:

а) $\sqrt[7]{3}$; б) $\log_3 7$; в) $\log_7 3$; г) $2\frac{1}{3}$.

2. Выберите верные равенства:

а) $\sqrt[8]{(-2)^8} = -2$; в) $\sqrt[3]{(-7)^3} = 7$;

б) $\sqrt[3]{(-7)^3} = -7$; г) $\sqrt[8]{(-2)^8} = 2$.

3. Найдите градусную меру угла $\frac{5\pi}{18}$.

4. Решите уравнение $\lg(x+14) = 2$.

5. Найдите объем конуса, у которого образующая равна $2\sqrt{3}$ см и наклонена к плоскости основания под углом 30°.

6. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 6 - \frac{10}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

7. Из точки A к плоскости α проведены наклонные AB и AC. Длины наклонных равны 10 см и $8\sqrt{2}$ см. Найдите расстояние от точки A до плоскости α, если проекции наклонных на эту плоскость относятся как 3 : 4.

8. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = \sin 7x$ и $g(x) = \sin 5x$.

9. Решите неравенство $\log_{x-1}\left(\frac{x^2+x-1}{x+3}\right) \geq 0$.

10. Основанием прямой призмы служит равнобедренная трапеция, основания которой равны 10 и 5. Через большее основание трапеции и середину противолежащего бокового ребра проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол 60°. Площадь сечения равна 45. Найдите объем призмы.

Вариант 67

1. Площадь сечения шара, проходящего через его центр, равна 9π см^2. Найдите радиус шара:

а) 9 см; в) 18 см;

б) 3 см; г) 27 см.

2. Логарифмическая функция задана формулой $f(x) = \log_7 x$. Выберите верное равенство:

а) $f(1) = \frac{1}{7}$; в) $f(1) = 0$;

б) $f(1) = 1$; г) $f(1) = 7$.

3. Представьте выражение $\sqrt{a}$ в виде корня двадцатой степени.

4. Вычислите значение выражения $\sin 32° \cos 77° - \sin 77° \cos 32°$.

5. Осевым сечением цилиндра является квадрат с диагональю, равной $8\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.

6. Решите уравнение $\log_5(x-1) = \log_5(x^2 + 2x - 7)$.

7. Найдите все решения неравенства $6^{\frac{x+5}{x^2-9}} \geq 1$.

8. Сократите дробь $\dfrac{a^{2\sqrt{5}} - 6a^{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + 9a^{2\sqrt{7}}}{9a^{2\sqrt{7}} - a^{2\sqrt{5}}}$.

9. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ и постройте ее график.

10. Дана правильная треугольная пирамида $PABC$, у которой боковое ребро равно 7, ребро основания — 6; точка M — середина ребра PC. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки A и M параллельно ребру PB, и найдите длину наибольшей стороны этого сечения.

Вариант 68

1. Площадь сечения шара, проходящего через его центр, равна 4π см^2. Найдите радиус шара:
   а) 4 см; б) 8 см; в) 2 см; г) 1 см.

2. Логарифмическая функция задана формулой $f(x) = \log_6 x$. Выберите верное равенство:
   а) $f(1) = 6$; б) $f(1) = \frac{1}{6}$; в) $f(1) = 1$; г) $f(1) = 0$.

3. Представьте выражение $\sqrt{a}$ в виде корня шестнадцатой степени.

4. Вычислите значение выражения $\sin 43° \cos 73° - \sin 73° \cos 43°$.

5. Осевым сечением цилиндра является квадрат с диагональю, равной $6\sqrt{2}$ см. Найдите объем цилиндра.

6. Решите уравнение $\log_2\left(x^2 + 5x\right) = \log_2(2x + 4)$.

7. Найдите все решения неравенства $5^{\frac{x^2-4}{x-1}} \leq 1$.

8. Сократите дробь $\dfrac{a^{2\sqrt{3}} - 4a^{\sqrt{3}+\sqrt{7}} + 4a^{2\sqrt{7}}}{4a^{2\sqrt{7}} - a^{2\sqrt{3}}}$.

9. Исследуйте функцию $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$ и постройте ее график.

10. Дана правильная треугольная пирамида $PABC$, у которой боковое ребро равно 14, ребро основания — 8; точка M — середина ребра PB. Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки A и M параллельно ребру PC, и найдите длину наименьшей стороны этого сечения.

Вариант 69

1. Степенная функция задана формулой $f(x)=x^{\frac{4}{9}}$. Выберите верное равенство:

а) $f(1)=\frac{4}{9}$; б) $f(1)=0$; в) $f(1)=1$; г) $f(1)=\frac{9}{4}$.

2. Корнем уравнения $\log_2 x=5$ является число:

а) 25; б) 2,5; в) $\sqrt[5]{2}$; г) 32.

3. Найдите площадь боковой поверхности конуса, осевым сечением которого является треугольник со сторонами 7 см, 7 см и 6 см.

4. Упростите выражение $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha-\sin^2\alpha$.

5. Тело движется по закону $x(t)=3t^2-t+5$ (x — в метрах, t — в секундах). Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

6. Найдите значение выражения $2\cdot\sqrt[3]{17}\cdot\sqrt{17\sqrt[3]{17}}$.

7. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Длина трехзвенной незамкнутой пространственной ломаной ABB_1D равна $12+6\sqrt{3}$. Найдите объем многогранника $B_1DD_1C_1C$.

8. Найдите все корни уравнения $4\sin^2 x-\sin 2x=2\cos^2 x$.

9. Решите неравенство $\left(7-4\sqrt{3}\right)^x\geq\left(7+4\sqrt{3}\right)^{\frac{6}{x-7}}$.

10. В основании пирамиды лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 8. Все двугранные углы при ребрах основания равны 60°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант 70

1. Степенная функция задана формулой $f(x)=x^{\frac{5}{6}}$. Выберите верное равенство:

а) $f(1)=\frac{6}{5}$; б) $f(1)=0$; в) $f(1)=\frac{5}{6}$; г) $f(1)=1$.

2. Корнем уравнения $\log_2 x=3$ является число:

а) 1,5; б) $\sqrt[3]{2}$; в) 8; г) 9.

3. Найдите площадь боковой поверхности конуса, осевым сечением которого является треугольник со сторонами 6 см, 6 см и 4 см.

4. Упростите выражение $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha-\cos^2\alpha$.

5. Тело движется по закону $x(t)=t^2+9t+12$ (x — в метрах, t — в секундах). Найдите скорость тела через 2 с после начала движения.

6. Найдите значение выражения $3\cdot\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt{15\sqrt[3]{15}}$.

7. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Длина трехзвенной незамкнутой пространственной ломаной CDD_1B равна $18+9\sqrt{3}$. Найдите объем многогранника $A_1B_1C_1D_1D$.

8. Найдите все корни уравнения $6\sin^2 x+\sin 2x=4\cos^2 x$.

9. Решите неравенство $\left(8-3\sqrt{7}\right)^x\le\left(8+3\sqrt{7}\right)^{\frac{5}{x-6}}$.

10. В основании пирамиды лежит равнобедренный прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 10. Все двугранные углы при ребрах основания равны 45°. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

Вариант 71

1. Выберите выражения, являющиеся многочленами:

а) x^6+5;

б) $x^4+2x^3-3\sqrt{x}+1$;

в) $\dfrac{x^3-x^2+x}{x^2+2}$;

г) $x^4-2x^3+3x^2-x+7$.

2. Точка M — середина отрезка AB. Найдите координаты точки B, если $A(1;3;-2)$, $M(-2;4;5)$:

а) $B(-5;5;12)$;

б) $B(3;5;8)$;

в) $B(-1;5;7)$;

г) $B(-3;1;7)$.

3. Найдите производную функции $f(x)=x\operatorname{ctg}x$.

4. Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[8]{a}-\sqrt[8]{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$.

5. Плоскость, проходящая через сторону основания правильной треугольной призмы и середину противолежащего бокового ребра, образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите площадь сечения, если площадь боковой поверхности призмы равна $27\sqrt{3}$ см^2.

6. Решите неравенство $2^{x-1}\geq 15$ и найдите его наименьшее целое решение.

7. Найдите все корни уравнения $\left(x^2-4\right)\left(\sqrt{6-5x}-x\right)=0$.

8. Постройте график функции $y=-\dfrac{1}{2}\left(\sin|2x|-\sin 2x\right)$.

9. Конус описан около пирамиды, основанием которой является трапеция, три стороны которой равны 3 см, а один из углов 60°. Объем конуса равен 9π см^3. Найдите угол наклона боковых ребер пирамиды к плоскости основания.

10. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{3}}\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=\log_3\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Вариант 72

1. Выберите выражения, являющиеся многочленами:

а) $\dfrac{x^3+x^2-x}{x^2+3}$;

б) $x^4+4x^3-2x^2+x-3$;

в) $x^4-3x^3+2\sqrt{x}+8$;

г) x^5+6.

2. Точка M — середина отрезка AB. Найдите координаты точки A, если $B(-5;7;8)$, $M(-2;5;3)$:

а) $A(1;3;-2)$;

б) $A(3;-2;5)$;

в) $A(-3,5;6;5,5)$;

г) $A(-1;-3;2)$.

3. Найдите производную функции $f(x)=x\operatorname{tg}x$.

4. Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[12]{a}-\sqrt[12]{b}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}$.

5. В правильной треугольной призме через сторону нижнего основания и середину противолежащего бокового ребра проведена плоскость, образующая с плоскостью основания угол 60°. Найдите площадь боковой поверхности призмы, учитывая, что площадь сечения равна $8\sqrt{3}$ см^2.

6. Решите неравенство $3^{x-1}\le 29$ и найдите его наибольшее целое решение.

7. Найдите все корни уравнения $(x^2-9)\left(\sqrt{4-3x}-x\right)=0$.

8. Постройте график функции $y=-\dfrac{1}{2}\left(\sin\left|\dfrac{x}{2}\right|-\sin\dfrac{x}{2}\right)$.

9. Конус описан около пирамиды, основанием которой является трапеция, боковая сторона которой и меньшее основание равны $3\sqrt{3}$ см, а один из углов 120°. Найдите объем конуса, если боковое ребро пирамиды образует с плоскостью основания угол 30°.

10. Решите уравнение $\log_{\frac{1}{6}}\log_7\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=\log_6\log_{\frac{1}{7}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$.

Вариант 73

1. Укажите точку, которая лежит в плоскости *YOZ*:

а) $A(0;1;1)$; б) $B(1;2;0)$; в) $C(-1;0;5)$; г) $D(1;1;2)$.

2. Корнем уравнения $3^x = 7$ является число:

а) $\sqrt[7]{3}$; б) $\log_3 7$; в) $\log_7 3$; г) $2\frac{1}{3}$.

3. Найдите значение выражения $e^{4\ln 3}$.

4. Найдите наименьший положительный период функции $y = 3\sin\left(\frac{\pi x}{2} - 5\right)$.

5. Решите уравнение $\sqrt{3-2x} = 10 - 3\sqrt[4]{3-2x}$.

6. Для функции $f(x) = 2^{\frac{4x-3}{x}}$ найдите все значения аргумента, при которых $f(x) \geq 2$.

7. Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции $f(x) = \frac{3x + x^2}{x-1}$.

8. Основанием пирамиды *MABCD* является трапеция *ABCD* с прямым углом *A* и основаниями *BC* = 3 см, *AD* = 6 см. Все боковые грани пирамиды образуют с основанием острый угол, синус которого равен 0,6. Найдите объем пирамиды.

9. Решите неравенство $\log_2(2-3x) > 4x + 1$.

10. Найдите полную поверхность правильной треугольной призмы, вписанной в шар радиуса $\frac{\sqrt{6}}{3}$ см, которая имеет наибольшую боковую поверхность.

Вариант 74

1. Укажите точку, которая лежит в плоскости XOZ:
а) $A(0;-1;2)$; б) $B(1;-2;0)$; в) $C(3;0;-1)$; г) $D(1;1;3)$.

2. Корнем уравнения $3^x = 5$ является число:
а) $\log_5 3$; б) $1\frac{2}{3}$; в) $\sqrt[5]{3}$; г) $\log_3 5$.

3. Найдите значение выражения $e^{3\ln 4}$.

4. Найдите наименьший положительный период функции $y = \frac{1}{4}\cos\left(\frac{\pi x}{3} - 6\right)$.

5. Решите уравнение $\sqrt{7-2x} = 15 - 2\sqrt[4]{7-2x}$.

6. Для функции $f(x) = 3^{\frac{3x-2}{x}}$ найдите все значения аргумента, при которых $f(x) \geq 3$.

7. Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x+1}$.

8. Основанием четырехугольной пирамиды $TABCD$ является равнобедренная трапеция $ABCD$ ($AB = CD$), один из углов которой равен 30°. Все боковые грани пирамиды образуют с основанием угол, тангенс которого равен 3. Найдите объем пирамиды, учитывая, что $AB = 4$ см.

9. Решите неравенство $\log_2(1-3x) > \frac{13+5x}{4}$.

10. Из множества правильных треугольных призм, периметр боковой грани которых равен 14, найдите полную поверхность той призмы, около которой можно описать шар меньшего радиуса.

Вариант 75

1. Выберите верное равенство:

а) $\operatorname{arctg} 0 = -\dfrac{3\pi}{2}$;

б) $\operatorname{arctg} 0 = \pi$;

в) $\operatorname{arctg} 0 = \dfrac{\pi}{2}$;

г) $\operatorname{arctg} 0 = 0$.

2. Выберите точки, через которые проходит график функции $y = \sqrt[6]{x}$:

а) $A\left(\dfrac{1}{64}; \dfrac{1}{2}\right)$;

б) $B(-1;1)$;

в) $C(0;0)$;

г) $D(0{,}1; 0{,}000001)$.

3. Найдите полную поверхность конуса, осевое сечение которого — равносторонний треугольник со стороной 4 см.

4. Решите неравенство $\sqrt{2x+3} \le 5$.

5. Найдите все корни уравнения $\log_3\left(3x^2\right) \cdot \log_3 x = 1$.

6. Сколькими способами могут расположиться в турнирной таблице четыре команды по мини-футболу, если известно, что никакие две команды не набрали очков поровну?

7. Найдите произведение наибольшего и наименьшего целых решений неравенства $\left(2^x - 31\right)\left(5^{x+1} - 26\right) \le 0$.

8. Основание прямой призмы — ромб с тупым углом 120°, длина стороны которого равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите объем призмы, если ее сечение, проходящее через сторону основания и середину противолежащего бокового ребра, наклонено к плоскости основания под углом 45°.

9. Постройте график функции $y = \dfrac{\sin 5x \cos 3x - \sin 3x \cos 5x}{|\cos x|}$.

10. В правильную треугольную пирамиду вписана сфера, центр которой делит высоту пирамиды в отношении $5:4$, считая от вершины. Найдите площадь сферы, если сторона основания пирамиды равна $12\sqrt{3}$.

Вариант 76

1. Выберите верное равенство:

а) $\operatorname{arcctg} 0 = \frac{3\pi}{2}$;
в) $\operatorname{arcctg} 0 = \frac{\pi}{2}$;
б) $\operatorname{arcctg} 0 = \pi$;
г) $\operatorname{arcctg} 0 = 0$.

2. Выберите точки, через которые проходит график функции $y = \sqrt[4]{x}$:

а) $A(1;-1)$; б) $B\left(\frac{1}{81};\frac{1}{3}\right)$; в) $C(0,1;0,0001)$; г) $D(0;0)$.

3. Найдите полную поверхность конуса, осевое сечение которого — равносторонний треугольник со стороной 6 см.

4. Решите неравенство $\sqrt{3x-2} \le 4$.

5. Найдите все корни уравнения $\log_2\left(0,5x^2\right) \cdot \log_2 x = 1$.

6. Сколькими способами могут расположиться в турнирной таблице пять баскетбольных команд, если известно, что никакие две команды не набрали очков поровну?

7. Найдите сумму наибольшего и наименьшего целых решений неравенства $\left(3^x - 28\right)\left(4^{x+2} - 17\right) \le 0$.

8. Основание прямой призмы — ромб с острым углом 60°, длина стороны которого равна 2 см. Найдите объем призмы, если ее сечение, проходящее через сторону основания и середину противолежащего бокового ребра, наклонено к плоскости основания под углом 30°.

9. Постройте график функции $y = \frac{\sin 7x \cos 5x - \cos 7x \sin 5x}{|\sin x|}$.

10. В правильную треугольную пирамиду вписана сфера, центр которой делит высоту пирамиды в отношении 5 : 3, считая от вершины. Найдите площадь сферы, если апофема пирамиды равна 20.

Вариант 77

1. Внесите множитель под знак корня в выражении $a \cdot \sqrt[6]{-a}$:

а) $-\sqrt[6]{-a^3}$; б) $\sqrt[6]{-a^3}$; в) $-\sqrt[6]{-a^7}$; г) $\sqrt[6]{-a^7}$.

2. Выберите функцию, обратную линейной функции $y = 4x - 3$:

а) $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$; в) $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$;

б) $y = 3x - 4$; г) $y = -4x + 3$.

3. Вычислите значение выражения $\log_{\sqrt{55}} 5 + \log_{\sqrt{55}} 11$.

4. Боковое ребро наклонной четырехугольной призмы равно $2\sqrt{3}$ см и образует с плоскостью основания угол $60°$. Найдите высоту призмы.

5. Решите неравенство $\sqrt{x^2 + 2x + 3} > \sqrt{x + 3}$.

6. Найдите значение выражения $1 - 8\sin^2 \frac{17\pi}{16} \cos^2 \frac{15\pi}{16}$.

7. Ромб, длины диагоналей которого равны 6 см и 8 см, вращается вокруг стороны. Найдите объем тела вращения.

8. Решите уравнение $f'(x) = -\frac{36}{e}$, если $f(x) = 12e^{5-3x} + 1$.

9. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$\log_2\left(\log_3 \frac{x-1}{x+1}\right) < \log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{x+1}{x-1}\right).$$

10. В правильную четырехугольную пирамиду вписана сфера, центр которой делит высоту пирамиды в отношении $5:3$, считая от вершины. Найдите площадь сферы, если сторона основания пирамиды равна 18.

Вариант 78

1. Внесите множитель под знак корня в выражении $a \cdot \sqrt[4]{-a}$:
а) $\sqrt[4]{-a^5}$; б) $-\sqrt[4]{-a^5}$; в) $\sqrt[4]{-a^3}$; г) $-\sqrt[4]{-a^3}$.

2. Выберите функцию, обратную линейной функции $y = 3x - 2$:
а) $y = -3x + 2$; в) $y = 2x - 3$;
б) $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$; г) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

3. Вычислите значение выражения $\log_{\sqrt{33}} 3 + \log_{\sqrt{33}} 11$.

4. Боковое ребро наклонной четырехугольной призмы равно $3\sqrt{2}$ см и образует с плоскостью основания угол 45°. Найдите высоту призмы.

5. Решите неравенство $\sqrt{x+4} < \sqrt{x^2 - 2x + 4}$.

6. Найдите значение выражения $\cos^4 \frac{23\pi}{12} - \sin^4 \frac{13\pi}{12}$.

7. Ромб, длины диагоналей которого равны 12 см и 16 см, вращается вокруг стороны. Найдите объем тела вращения.

8. Решите уравнение $f'(x) = -\frac{32}{e}$, если $f(x) = 8e^{7-4x} - 5$.

9. Найдите наибольшее целое решение неравенства
$\log_5\left(\log_3 \frac{x-2}{x+2}\right) < \log_{\frac{1}{5}}\left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{x+2}{x-2}\right)$.

10. Боковая грань правильной четырехугольной пирамиды образует с плоскостью основания угол 60°. Найдите площадь сферы, вписанной в пирамиду, если апофема пирамиды равна 12 см.

Вариант 79

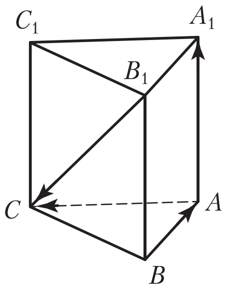
1. Представьте число $\sqrt{\sqrt[5]{2}}$ в виде степени с рациональным показателем:

а) $2^{\frac{1}{7}}$; б) 2^{7}; в) $2^{\frac{1}{10}}$; г) $2^{\frac{1}{5}}$.

2. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Укажите вектор $\vec{x}$, начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что $\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{B_1C} - \vec{x} = \overrightarrow{BA}$:

а) $\overrightarrow{CA}$; в) $\overrightarrow{AC}$;

б) $\overrightarrow{AB}$; г) $\overrightarrow{CB}$.



3. Число -2 запишите в виде десятичного логарифма.

4. Решите уравнение $(3{,}5)^{x^2-5} = \left(\frac{4}{49}\right)^2$.

5. Решите неравенство $\sin x \le \frac{\sqrt{3}}{2}$.

6. Найдите все значения переменной, при которых значение дроби $\frac{\log_4\left(x^2-3x+3\right)}{x-2}$ равно нулю.

7. Дан прямоугольник, длины сторон которого равны 2 см и $\sqrt{2}$ см. Меньшая сторона прямоугольника лежит в плоскости α, диагональ прямоугольника образует с этой плоскостью угол 45°. Найдите величину угла между плоскостью прямоугольника и плоскостью α.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0, \\ 4y^2 + 5xy - 2x^2 = 1. \end{cases}$

9. В тетраэдре $DABC$ все плоские углы при вершине D — прямые. Известно, что $DA = 3$, $BC = 5$, $DC = 3$. Найдите расстояние между прямыми AB и DC.

10. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sqrt{x^2-3}$, проходящей через точку $A(1;-1)$.

Вариант 80

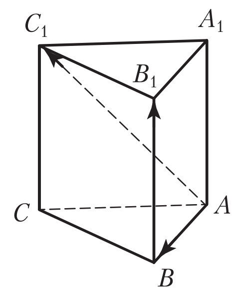
1. Представьте число $\sqrt{\sqrt[7]{3}}$ в виде степени с рациональным показателем:

а) $3^{\frac{1}{9}}$; б) $3^{\frac{1}{14}}$; в) 3^{9}; г) $3^{\frac{1}{7}}$.

2. Дана треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Укажите вектор $\vec{x}$, начало и конец которого являются вершинами призмы, такой, что $\overrightarrow{AC_1} - \overrightarrow{BB_1} + \vec{x} = \overrightarrow{AB}$:

а) $\overrightarrow{CA}$; в) $\overrightarrow{AC}$;

б) $\overrightarrow{AB}$; г) $\overrightarrow{C_1B_1}$.



3. Число -3 запишите в виде десятичного логарифма.

4. Решите уравнение $(2{,}5)^{x^2-16} = \left(\frac{4}{25}\right)^6$.

5. Решите неравенство $\sin x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

6. Найдите все значения переменной, при которых значение дроби $\frac{\log_3\left(x^2-5x+5\right)}{x-4}$ равно нулю.

7. Дан прямоугольник, длины сторон которого равны 2 см и $2\sqrt{2}$ см. Большая сторона прямоугольника лежит в плоскости α, диагональ прямоугольника образует с этой плоскостью угол 30°. Найдите величину угла между плоскостью прямоугольника и плоскостью α.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0, \\ 2x^2 + 3xy - 5y^2 = 9. \end{cases}$

9. В тетраэдре $DABC$ все плоские углы при вершине D — прямые. Известно, что $DA = 12$, $BC = \sqrt{41}$, $DB = 4$. Найдите расстояние между прямыми AC и DB.

10. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sqrt{x^2-8}$, проходящей через точку $A(2;-2)$.

Вариант 81

1. Невозможным является событие:

а) выпадение четного числа при подбрасывании игрального кубика трижды;

б) выпадение нечетного числа при подбрасывании игрального кубика четырежды;

в) выпадение трех одинаковых чисел при подбрасывании игрального кубика трижды;

г) выпадение двух чисел, сумма которых равна 17, при подбрасывании игрального кубика дважды.

2. Вынесите множитель за знак корня в выражении $\sqrt[6]{-b^7}$:

а) $-b\sqrt[6]{-b}$; б) $b\sqrt[6]{-b}$; в) $b\sqrt[6]{b}$; г) $-b\sqrt[6]{b}$.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 15 см, радиус основания — 4 см. Найдите высоту цилиндра.

4. Решите неравенство $\lg(x-1) \le 2$.

5. Найдите значение выражения $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \operatorname{arcctg} 7\right)$.

6. Найдите наименьшее целое число из промежутка убывания функции $f(x) = x^3 + 8x^2 - 4$.

7. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$. Расстояние между прямыми AA_1 и B_1C равно $\sqrt{3}$ см. Вычислите площадь боковой поверхности призмы, если длина диагонали боковой грани призмы равна $\sqrt{5}$ см.

8. Решите уравнение $x^2 \cdot 6^{-x} + 6^{\sqrt{x}+2} = x^2 \cdot 6^{\sqrt{x}} + 6^{2-x}$.

9. Постройте график функции $y = \frac{|x|}{2x}\sin 2x + 1{,}5\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

10. В правильную треугольную пирамиду вписан конус и около нее описан конус. Найдите разность объемов описанного и вписанного конусов, если высота пирамиды равна 4, а длина окружности основания описанного конуса равна $\sqrt{3}\pi$.

Вариант 82

1. Невозможным является событие:

а) выпадение нечетного числа при подбрасывании игрального кубика трижды;

б) выпадение четного числа при подбрасывании игрального кубика четырежды;

в) выпадение двух чисел, сумма которых равна 15, при подбрасывании игрального кубика дважды;

г) выпадение двух одинаковых чисел при подбрасывании игрального кубика дважды.

2. Вынесите множитель за знак корня в выражении $\sqrt[4]{-m^5}$:

а) $m\sqrt[4]{-m}$; б) $m\sqrt[4]{m}$; в) $-m\sqrt[4]{m}$; г) $-m\sqrt[4]{-m}$.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 25 см. Найдите радиус основания, учитывая, что высота цилиндра 7 см.

4. Решите неравенство $\lg(x+2)\le 3$.

5. Найдите значение выражения $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}9\right)$.

6. Найдите наименьшее целое число из промежутка убывания функции $f(x)=x^3+7x^2-5$.

7. Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ — прямоугольный треугольник ACB ($\angle C = 90°$), острый угол которого равен 45°. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если расстояние между прямыми AA_1 и B_1C равно 6 см, а радиус окружности, описанной около треугольника B_1BC, — 5 см.

8. Решите уравнение $x^2\cdot 2^{\sqrt{x}}+2^{2-x}=x^2\cdot 2^{-x}+2^{\sqrt{x}+2}$.

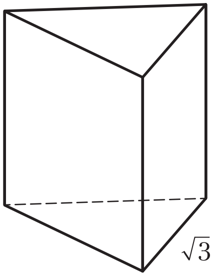
9. Постройте график функции $y=\frac{x}{|2x|}\cos 2x+1{,}5\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$.

10. В правильную четырехугольную пирамиду вписан конус и около нее описан конус. Найдите разность объемов описанного и вписанного конусов, если высота пирамиды равна 5, а длина окружности основания вписанного конуса равна $\sqrt{2}\pi$.

Вариант 83

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $\sqrt{3}$ см, высота — 4 см. Найдите объем призмы:

а) $12\sqrt{3}$ см^3; в) $9\sqrt{3}$ см^3;
б) $3\sqrt{3}$ см^3; г) 27 см^3.



2. Производная функции $f(x)=\dfrac{x^2}{2}+3$ имеет вид:

а) $f'(x)=\dfrac{x}{2}$; в) $f'(x)=x$;

б) $f'(x)=\dfrac{x}{4}$; г) $f'(x)=\dfrac{x}{2}+3$.

3. Заданы функции $f(x)=\sqrt{x}$ и $g(x)=3x-2$. Задайте функцию $y=f(g(x))$.

4. Решите неравенство $\log_{0,5}(4x-7)>\log_{0,5}(x+1)$.

5. Радиус большего основания усеченного конуса равен 12 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите радиус меньшего основания, если высота конуса равна 5 см.

6. Решите уравнение $3\cdot 16^{\frac{2-x}{15}}-7\cdot 16^{\frac{2-x}{30}}=20$.

7. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x)=\dfrac{x^2+9}{x}$.

8. Решите неравенство $(3x^2-16x+21)\sqrt{2x+5}\le 0$.

9. Решите уравнение $\log_3(-\cos x)-\log_9\sin x+\dfrac{1}{4}=-\log_9 2$.

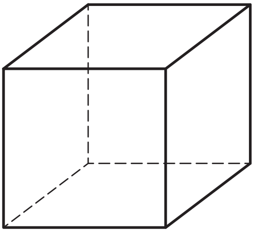
10. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб так, что четыре вершины куба лежат на основании пирамиды, а противоположные им вершины принадлежат боковым ребрам пирамиды. Найдите ребро куба, если высота пирамиды равна $6\sqrt{2}$ см, а сторона основания пирамиды равна $4\sqrt{2}$ см.

Вариант 84

1. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна $2\sqrt{2}$ см, высота — 5 см. Найдите объем призмы:

а) $10\sqrt{2}$ см^3; в) 40 см^3;

б) $20\sqrt{2}$ см^3; г) 20 см^3.



2. Производная функции $f(x) = \frac{x^2}{2} + 5$ имеет вид:

а) $f'(x) = \frac{x}{2} + 5$; в) $f'(x) = \frac{x}{2}$;

б) $f'(x) = x$; г) $f'(x) = \frac{x}{4}$.

3. Заданы функции $f(x) = \sqrt{x}$ и $g(x) = 5x - 1$. Задайте функцию $y = f(g(x))$.

4. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}}(3x+4) > \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$.

5. Радиус большего основания усеченного конуса равен $6\sqrt{3}$ см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найдите радиус меньшего основания, если высота конуса равна 4 см.

6. Решите уравнение $2 \cdot 25^{\frac{3-x}{7}} - 7 \cdot 25^{\frac{3-x}{14}} = 15$.

7. Найдите промежутки возрастания и убывания и точки экстремума функции $f(x) = \frac{x^2+4}{x}$.

8. Решите неравенство $(5x^2 + 17x + 14)\sqrt{4-3x} \le 0$.

9. Решите уравнение $\log_2(-\sin x) - \log_4 \cos x + \frac{1}{2} = \log_2 \sqrt{3}$.

10. В правильную четырехугольную пирамиду вписан куб так, что четыре вершины куба лежат на основании пирамиды, а противоположные им вершины принадлежат боковым ребрам пирамиды. Найдите ребро куба, если высота пирамиды равна $4\sqrt{2}$ см, а сторона основания пирамиды равна $8\sqrt{2}$ см.

Вариант 85

1. Выберите верное равенство:

а) $\sqrt[3]{0,008}=-0,2;$

б) $\sqrt[5]{-0,00032}=0,2;$

в) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}=-\frac{1}{3};$

г) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}=-\frac{2}{3}.$

2. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x)=x^3$ в точке с абсциссой $x_0=2$:
а) $\operatorname{tg}\alpha=8;$ б) $\operatorname{tg}\alpha=12;$ в) $\operatorname{tg}\alpha=4;$ г) $\operatorname{tg}\alpha=27.$

3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, высота которого равна 6 см, если диагональ осевого сечения цилиндра образует угол 45° с плоскостью основания.

4. Найдите множество значений функции $y=\arccos x+3\pi$.

5. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций $f(x)=2^{2+x}-2\cdot 0,5^{2-x}$ и $g(x)=224$.

6. Решите неравенство $\sqrt{6x-8-x^2}>-2.$

7. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 15 см и 9 см, площадь основания 108 см^2. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если меньшая его диагональ — 13 см.

8. Решите неравенство $\log_2^2(-x)+\log_2 x^2-3<0.$

9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан конус. Найдите объем конуса, если объем пирамиды равен $\frac{288}{\pi}$ см^3.

10. Решите уравнение $4^x+(x-1)\cdot 2^x=6-2x.$

Вариант 86

1. Выберите верное равенство:

а) $\sqrt[3]{-0{,}125}=-0{,}5$;

б) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}=\frac{1}{2}$;

в) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}=-\frac{2}{3}$;

г) $\sqrt[3]{0{,}027}=-0{,}3$.

2. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведенной к графику функции $f(x)=x^3$ в точке с абсциссой $x_0=4$:
а) $\operatorname{tg}\alpha=64$; б) $\operatorname{tg}\alpha=16$; в) $\operatorname{tg}\alpha=4$; г) $\operatorname{tg}\alpha=48$.

3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, диаметр основания которого равен 4 см, если диагональ осевого сечения цилиндра образует угол 45° с плоскостью основания.

4. Найдите множество значений функции $y=\arcsin x+\frac{5\pi}{2}$.

5. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x)=5^{x-1}+5\cdot 0{,}2^{2-x}$ и $g(x)=50$.

6. Решите неравенство $\sqrt{12-x-x^2}\geq -3$.

7. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 13 см и 14 см, площадь основания 168 см^2. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если меньшая его диагональ — 17 см.

8. Решите неравенство $\log_3^2(-x)-\log_3 x^2-3<0$.

9. Около правильной четырехугольной пирамиды описан конус. Найдите объем конуса, если объем пирамиды равен $\frac{164}{\pi}$ см^3.

10. Решите уравнение $3^x+(x-2)\cdot 3^x=8-2x$.

Вариант 87

1. Логарифмическая функция задана формулой $f(x)=\log_3 x$. Выберите верное равенство:

а) $f\left(\sqrt{3}\right)=3$;
в) $f\left(\sqrt{3}\right)=\frac{1}{2}$;
б) $f\left(\sqrt{3}\right)=2$;
г) $f\left(\sqrt{3}\right)=-\frac{1}{2}$.

2. Найдите боковую поверхность цилиндра с высотой, равной 4 см, если осевое сечение цилиндра — квадрат:
а) 32π см^2; б) 8π см^2; в) 16π см^2; г) 16 см^2.

3. Представьте в виде степени с основанием a выражение $a^{1,2} : \sqrt[5]{a^2}$.

4. Вычислите значение выражения $5!+4$.

5. Найдите область определения функции $y=\sqrt{0,3^{|x+2|}-1}$.

6. Катеты прямоугольного треугольника равны 7 см и 24 см. Найдите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, проходящей через гипотенузу и составляющей угол 30° с плоскостью треугольника.

7. Найдите координаты точек, в которых касательные к графику функции $f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2-x+1$ параллельны прямой $y=2x-1$.

8. Найдите в градусах наибольший отрицательный корень уравнения $\sin\frac{x}{5}-\sqrt{3}\cos\frac{x}{5}=\sqrt{2}$.

9. Основание конуса — круг, вписанный в основание правильной треугольной призмы. Вершина конуса лежит на другом основании призмы. Найдите объем призмы, если объем конуса равен $2\sqrt{3}\pi$ см^3.

10. Решите неравенство
$\log_{7-4\sqrt{3}}\left(4x^2-20x+25\right)+\log_{2+\sqrt{3}}\left(x^2-x-2\right)\geq 0$.

Вариант 88

1. Логарифмическая функция задана формулой $f(x)=\log_2 x$. Выберите верное равенство:

а) $f\left(\sqrt{2}\right)=2$; в) $f\left(\sqrt{2}\right)=\frac{1}{2}$;

б) $f\left(\sqrt{2}\right)=-2$; г) $f\left(\sqrt{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

2. Найдите боковую поверхность цилиндра, радиус основания которого равен 3 см, если осевое сечение цилиндра — квадрат:
а) 9π см^2; б) 18π см^2; в) 36π см^2; г) 36 см^2.

3. Представьте в виде степени с основанием a выражение $a^{1,4}:\sqrt[5]{a^3}$.

4. Вычислите значение выражения $4!-7$.

5. Найдите область определения функции $y=\sqrt{0,7^{|x+5|}-1}$.

6. В прямоугольном треугольнике катет равен 12 см, гипотенуза — 15 см. Найдите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, проходящей через гипотенузу и составляющей угол 60° с плоскостью треугольника.

7. Найдите координаты точек, в которых касательные к графику функции $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+x$ параллельны прямой $y=-x+5$.

8. Найдите в градусах наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{3}\sin\frac{x}{6}+\cos\frac{x}{6}=\sqrt{2}$.

9. Основание конуса — круг, описанный около основания правильной треугольной призмы. Вершина конуса лежит на другом основании призмы. Найдите объем призмы, если объем конуса равен $4\sqrt{3}\pi$ см^3.

10. Решите неравенство
$\log_{9-4\sqrt{5}}\left(9x^2-24x+16\right)+\log_{\sqrt{5}+2}\left(x^2+x-2\right)\geq 0$.

Вариант 89

1. Определите верное равенство:

а) $(\operatorname{tg} x)' = \operatorname{ctg} x$;

б) $(\operatorname{tg} x)' = -\operatorname{tg} x$;

в) $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$;

г) $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

2. Выберите верные равенства:

а) $\log_{31} \dfrac{1}{31} = -1$;

б) $\ln e = 0$;

в) $\log_5 2 + \log_5 7 = \log_5 14$;

г) $\log_5 2 + \log_5 7 = \log_{25} 14$.

3. Найдите корни уравнения $\sqrt[7]{x^2 - 10} = -1$.

4. Даны векторы $\vec{a} = m\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + m\vec{j} - 7\vec{k}$. Найдите значение m, при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.

5. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x + 5$ на $x - 2$.

6. Вычислите $\sin\left(\dfrac{\pi}{3} - \alpha\right)$, если $\cos\alpha = -0{,}6$, $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$.

7. Решите уравнение $8^{x+1} + 8^{1-x} - 20 = 0$.

8. Равнобедренный треугольник ABC вращается вокруг оси, проходящей через вершину C и перпендикулярной основанию AC. Найдите объем тела вращения, учитывая, что $AB = BC = 10$ см, $AC = 12$ см.

9. Решите неравенство $\log_5^2(2x+3) + 2\log_5^2 x \le 3\log_5(2x+3) \cdot \log_5 x$.

10. Площадь основания правильной четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 16. Найдите расстояние между прямыми AA_1 и B_1D.

Вариант 90

1. Определите верное равенство:

а) $(\operatorname{ctg} x)' = \operatorname{tg} x$;

б) $(\operatorname{ctg} x)' = -\operatorname{ctg} x$;

в) $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\cos^2 x}$;

г) $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

2. Выберите верные равенства:

а) $\log_{17} \dfrac{1}{17} = 17$;

б) $\ln e = 1$;

в) $\log_3 5 + \log_3 8 = \log_3 40$;

г) $\log_3 5 + \log_3 8 = \log_9 40$.

3. Найдите корни уравнения $\sqrt[5]{x^2 - 17} = -1$.

4. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - m\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = m\vec{i} + 7\vec{j} + 8\vec{k}$. Найдите значение m, при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.

5. Найдите остаток от деления многочлена $P(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 3$ на $x - 3$.

6. Вычислите $\cos\left(\dfrac{\pi}{6} + \beta\right)$, если $\sin\beta = -0{,}8$, $\dfrac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

7. Решите уравнение $9^{x+1} + 9^{1-x} = 30$.

8. Равнобедренный треугольник ABC вращается вокруг оси, проходящей через вершину C и перпендикулярной основанию AC. Найдите объем тела вращения, учитывая, что $AB = BC = 17$ см, $AC = 16$ см.

9. Решите неравенство $\log_3^2(5x+6) + 2\log_3^2 x \le 3\log_3(5x+6) \cdot \log_3 x$.

10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна $4\sqrt{3}$, E и F — середины ребер A_1B_1 и AC соответственно. Найдите расстояние между прямыми AA_1 и EF.

Вариант 91

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2 см, высота — $5\sqrt{3}$ см. Найдите площадь боковой поверхности призмы:

а) $10\sqrt{3}$ см^2; в) $30\sqrt{3}$ см^2;

б) $15\sqrt{3}$ см^2; г) 15 см^2.

2. Показательная функция задана формулой $f(x)=3^x$. Выберите верное равенство:

а) $f(\log_3 2)=3$; в) $f(\log_3 2)=\log_2 3$;

б) $f(\log_3 2)=2$; г) $f(\log_3 2)=9$.

3. Выразите в радианах угол $-24°$.

4. Решите логарифмическое уравнение $\log_3(2x^2+x-1)=2$.

5. Решите неравенство $\sqrt{x^2-1}<\sqrt{2x+7}$.

6. Угол при вершине осевого сечения конуса равен 60°. Найдите центральный угол в развертке боковой поверхности этого конуса.

7. Найдите сумму квадратов корней уравнения
$x^2-\left(\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{27}\right)x-2\sqrt{3}=0$.

8. Найдите все значения аргумента, при которых производная функции $f(x)=\sin\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)\cos 3x+\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)\sin 3x$ равна 4.

9. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2+y^2+2x+4y=-5, \\ (x+1)^2+(y+2)^2=x+3y+7. \end{cases}$

10. В правильную четырехугольную пирамиду вписан цилиндр, осевым сечением которого является квадрат, так, что одно основание цилиндра лежит на основании пирамиды, а другое его основание касается боковых граней пирамиды. Найдите объем цилиндра, если высота пирамиды равна $5\sqrt{6}$ см, а сторона основания пирамиды равна $\sqrt{6}$ см.

Вариант 92

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 3 см, высота — $2\sqrt{2}$ см. Найдите площадь боковой поверхности призмы:

а) $6\sqrt{2}$ см^2;
б) $18\sqrt{2}$ см^2;
в) $12\sqrt{2}$ см^2;
г) 18 см^2.

2. Показательная функция задана формулой $f(x)=2^x$. Выберите верное равенство:

а) $f(\log_2 3)=3$;
б) $f(\log_2 3)=2$;
в) $f(\log_2 3)=\log_3 2$;
г) $f(\log_2 3)=8$.

3. Выразите в радианах угол $-72°$.

4. Решите логарифмическое уравнение $\log_2(3x^2-5x-4)=3$.

5. Решите неравенство $\sqrt{x^2-4}<\sqrt{8x+44}$.

6. Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен 180°. Найдите угол при вершине осевого сечения этого конуса.

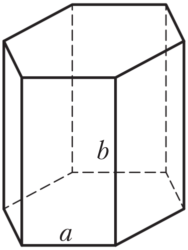
7. Найдите сумму квадратов корней уравнения
$x^2-\left(\sqrt[4]{2}-\sqrt[4]{8}\right)x-1{,}5\sqrt{2}=0$.

8. Найдите все значения аргумента, при которых производная функции $f(x)=\sin\left(6x-\frac{\pi}{3}\right)\cos 2x-\cos\left(6x-\frac{\pi}{3}\right)\sin 2x$ равна 2.

9. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2+y^2-4x+6y=-13, \\ (x-2)^2+(y+3)^2=2x+y-1. \end{cases}$

10. В правильную четырехугольную пирамиду вписан цилиндр, осевым сечением которого является квадрат, так, что одно основание цилиндра лежит на основании пирамиды, а другое его основание касается боковых граней пирамиды. Найдите объем цилиндра, если высота пирамиды равна $3\sqrt{2}$ см, а сторона основания пирамиды равна $2\sqrt{2}$ см.

Вариант 93



1. Площадь полной поверхности правильной шестиугольной призмы, боковое ребро которой равно b, а сторона основания равна a, определяется по формуле:

а) $6ab$;
б) $\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{2}+6ab$;
в) $3a^2\sqrt{3}+6ab$;
г) $6ab\left(\sqrt{3}+2\right)$.

2. Число $\sqrt{7}$ является корнем уравнения:

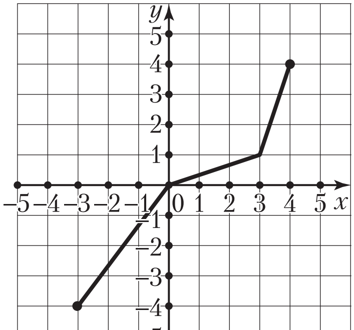
а) $\log_7 x = 49$;
б) $\log_7 x = 1$;
в) $\log_7 x = \dfrac{1}{2}$;
г) $\log_7 x = \sqrt{7}$.

3. Решите неравенство $6^{x^2} < 6^{5x}$.

4. Разверткой боковой поверхности конуса является сектор радиуса 4 см с центральным углом 120°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

5. Найдите значение выражения $\left(\left(\sqrt[5]{5}\right)^{\sqrt{10}}\right)^{\sqrt{10}}$.

6. Функция $y = f(x)$ задана графиком. Постройте график обратной к ней функции.



7. Решите систему уравнений $\begin{cases} 5^{-x} \cdot 25^{x+y} = 5, \\ y^2 - x = -2. \end{cases}$

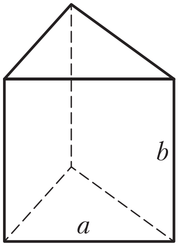
8. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{1 + 4\cos 2x}$ и $y = \sqrt{1 - 4\cos x}$.

9. Число 25 представьте в виде произведения двух положительных чисел так, чтобы сумма квадратов этих чисел была наименьшей.

10. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды и центр вписанного в нее шара проведена плоскость. Боковое ребро пирамиды в 3,5 раза больше стороны основания. Найдите отношения объемов частей пирамиды (большей к меньшей), на которые делит ее данная плоскость.

Вариант 94

1. Площадь полной поверхности правильной треугольной призмы, боковое ребро которой равно b, а сторона основания равна a, определяется по формуле:



а) $\frac{3ab}{2}b$; в) $3ab$;

б) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+3ab$; г) $3ab\left(\sqrt{3}+2\right)$.

2. Число $\sqrt{5}$ является корнем уравнения:

а) $\log_5 x=\sqrt{5}$; в) $\log_5 x=1$;

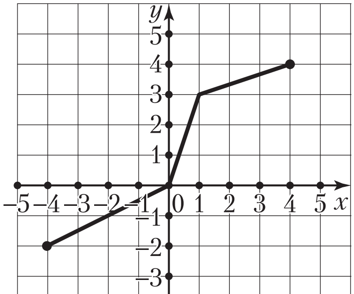
б) $\log_5 x=25$; г) $\log_5 x=\frac{1}{2}$.

3. Решите неравенство $7^{x^2}<7^{4x}$.

4. Разверткой боковой поверхности конуса является сектор радиуса 6 см с центральным углом 150°. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

5. Найдите значение выражения $\left(\left(\sqrt[7]{7}\right)^{\sqrt{14}}\right)^{\sqrt{14}}$.

6. Функция $y=f\left(x\right)$ задана графиком. Постройте график обратной к ней функции.



7. Решите систему уравнений $\begin{cases} 7^{-x} \cdot 49^{x+y} = 7, \\ y^2 - x = -2. \end{cases}$

8. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = \sqrt{1 - 4\sin x}$ и $y = \sqrt{1 - 4\cos 2x}$.

9. Число 16 представьте в виде произведения двух положительных чисел так, чтобы сумма квадратов этих чисел была наименьшей.

10. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды и центр вписанного в нее шара проведена плоскость. Сторона основания в 2,5 раза меньше бокового ребра пирамиды. Найдите отношения объемов частей пирамиды (меньшей к большей), на которые делит ее данная плоскость.

Вариант 95

1. Выберите верное равенство:

а) $\sin\frac{\alpha}{8}=\cos^2\frac{\alpha}{16}-\sin^2\frac{\alpha}{16}$;

б) $\sin\frac{\alpha}{8}=2\sin\frac{\alpha}{4}\cos\frac{\alpha}{4}$;

в) $\sin\frac{\alpha}{8}=2\sin\frac{\alpha}{16}$;

г) $\sin\frac{\alpha}{8}=2\sin\frac{\alpha}{16}\cos\frac{\alpha}{16}$.

2. Функция задана формулой $f(x)=\left(\sqrt[3]{2}\right)^x$. Найдите $f(-3)$:

а) 2; б) $\frac{1}{2}$; в) $-3\sqrt[3]{2}$; г) $-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $10\pi\sqrt{2}$ см. Найдите радиус основания цилиндра.

4. Решите неравенство $\sqrt[4]{x-1}\le 3$.

5. Найдите производную функции $y=\ln(5x+1)$.

6. Найдите область определения функции

$f(x)=(x-2)^{\frac{2}{7}}+\left(x^2-3x+2\right)^{-\frac{9}{5}}$.

7. Основание прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — квадрат. Площадь сечения, проходящего через вершину C перпендикулярно DC_1, равна $2\sqrt{5}$ см^2. Вычислите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если его боковое ребро в 2 раза больше стороны основания.

8. Решите уравнение $\log_8\left(6\cdot 8^x-1\right)-2x-1=0$.

9. Найдите объем шара, вписанного в треугольную пирамиду, все ребра которой равны $\frac{\sqrt{6}}{2}$ см.

10. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x)=|\cos x|$ и $g(x)=\sqrt{3}\sin x$.

Вариант 96

1. Выберите верное равенство:

а) $\sin\frac{\alpha}{6} = 2\sin\frac{\alpha}{12}$;

б) $\sin\frac{\alpha}{6} = 2\sin\frac{\alpha}{12}\cos\frac{\alpha}{12}$;

в) $\sin\frac{\alpha}{6} = \cos^2\frac{\alpha}{12} - \sin^2\frac{\alpha}{12}$;

г) $\sin\frac{\alpha}{6} = 2\sin\frac{\alpha}{3}\cos\frac{\alpha}{3}$.

2. Функция задана формулой $f(x) = \left(\sqrt[5]{3}\right)^x$. Найдите $f(-5)$:

а) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $-5\sqrt[5]{3}$; в) 3; г) $\frac{1}{3}$.

3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является квадрат, диагональ которого равна $5\pi\sqrt{2}$ см. Найдите радиус основания цилиндра.

4. Решите неравенство $\sqrt[6]{x-3} \le 2$.

5. Найдите производную функции $y = \ln(3x-1)$.

6. Найдите область определения функции

$f(x) = (x-3)^{-\frac{2}{7}} + \left(x^2 - 4x + 3\right)^{\frac{10}{7}}$.

7. Основание прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — квадрат. Площадь сечения, проходящего через вершину C перпендикулярно DC_1, равна $3\sqrt{10}$ см^2. Вычислите площадь боковой поверхности параллелепипеда, если его боковое ребро в 3 раза больше стороны основания.

8. Решите уравнение $\log_3\left(12\cdot 3^x - 1\right) - 2x - 3 = 0$.

9. В треугольную пирамиду, все ребра которой равны между собой, вписан шар, радиус которого равен $\sqrt{3}$ см. Найдите объем пирамиды.

10. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = \sqrt{3}\cos x$ и $g(x) = |\sin x|$.

Вариант 97

1. Определите уравнения, не имеющие корней:

а) $9^x = 5$; в) $\sin x = -2$;

б) $\log_5(-x) = 3$; г) $\sqrt[6]{x} = -2$.

2. Выберите неверное утверждение:

а) площадь боковой поверхности куба можно найти по формуле $S = 4a^2$, где a — длина ребра куба;

б) ребра куба, выходящие из одной вершины, имеют разную длину;

в) объем куба можно найти по формуле $V = a^3$, где a — длина ребра куба;

г) у куба все грани равны.

3. Найдите наименьший положительный период функции $y = 3\cos 5x$.

4. Студент хотел бы, чтобы на экзамене ему достался любой из 20 билетов, которые он хорошо подготовил. Какова вероятность того, что ему достанется хорошо подготовленный билет, если всего их 25?

5. Площадь боковой поверхности конуса относится к площади основания как 5 : 3. Найдите площадь полной поверхности конуса, если его высота равна 12 см.

6. Исследуйте на четность (нечетность) функцию $f(x) = \dfrac{3^x - 1}{3^x + 1}$.

7. Вычислите значение выражения $\log_{\sqrt{2}+\sqrt{3}}(5 + 2\sqrt{6}) - \log_{0,5}^3 \sqrt[5]{2}$.

8. Решите неравенство $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$.

9. Найдите все корни уравнения $\log_{\cos x}(\cos 2x + 3\cos x) = 0$.

10. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 1 см, и радиус описанной около пирамиды сферы равен 1 см. Найдите объем пирамиды.

Вариант 98

1. Определите уравнения, не имеющие корней:

а) $7^x = 11$; в) $\log_3(-x) = 2$;

б) $\cos x = -3$; г) $\sqrt[8]{x} = -1$.

2. Выберите неверное утверждение:

а) площадь полной поверхности куба можно найти по формуле $S = 6a^2$, где a — длина ребра куба;

б) у куба все ребра равны;

в) смежные грани куба не равны;

г) диагональное сечение куба — прямоугольник.

3. Найдите наименьший положительный период функции $y = 4\sin 3x$.

4. Студент хотел бы, чтобы на экзамене ему достался любой из 30 билетов, которые он хорошо подготовил. Какова вероятность того, что ему достанется хорошо подготовленный билет, если всего их 35?

5. Площадь боковой поверхности конуса относится к площади основания как 13 : 12. Найдите площадь полной поверхности конуса, если его высота равна 15 см.

6. Исследуйте на четность (нечетность) функцию $f(x) = \dfrac{7^x - 1}{7^x + 1}$.

7. Вычислите значение выражения $\log_{\sqrt{2}+\sqrt{5}}\left(7 + 2\sqrt{10}\right) - \log_{0,1}^3 \sqrt[3]{10}$.

8. Решите неравенство $\sqrt{3x - x^2} < 4 - x$.

9. Найдите все корни уравнения $\log_{\sin x}(3\sin x - \cos 2x) = 0$.

10. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна $\sqrt{6}$ см, и радиус описанного около пирамиды шара равен $\sqrt{2}$ см. Найдите объем пирамиды.

Вариант 99

1. Выберите уравнение, не имеющее корней:
а) $7^x = 7$; б) $7^x = 0{,}7$; в) $7^x = 1$; г) $7^x = -7$.

2. Из данных логарифмических функций выберите функцию, убывающую на области определения:
а) $f(x) = \lg x$; в) $f(x) = \log_{\frac{1}{7}} x$;
б) $f(x) = \log_2 x$; г) $f(x) = \log_{\sqrt{3}} x$.

3. Решите неравенство $\sqrt[3]{2-x} \le 5$.

4. В прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза $AC = 13$ см, катет $BC = 12$ см. Из вершины A к плоскости треугольника восстановлен перпендикуляр SA. Найдите длину вектора $\vec{x}$, если $\vec{x} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CB}$.

5. Найдите значение выражения $\dfrac{15^{5+\sqrt{7}}}{3^{4+\sqrt{7}} \cdot 5^{3+\sqrt{7}}}$.

6. Решите уравнение $\cos 14x + 2\sin 5x \sin 9x = 0$.

7. Дана функция $f(x) = x^2 - 8x + 7$. Постройте график функции $y = \left|f(|x|)\right|$.

8. Через вершину конуса под углом $60°$ к основанию проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в $90°$. Найдите объем конуса, если расстояние от центра основания до плоскости сечения равно 6 см.

9. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $f(x) = x^2 \ln(2x) + 4$.

10. Центр шара, описанного около правильной четырехугольной пирамиды, делит ее высоту в отношении 5 : 3, считая от вершины. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания.

Вариант 100

1. Выберите уравнение, не имеющее корней:
а) $3^x = 3$; б) $3^x = 0{,}3$; в) $3^x = -3$; г) $3^x = 1$.

2. Из данных логарифмических функций выберите функцию, убывающую на области определения:
а) $f(x) = \log_3 x$; в) $f(x) = \log_{\sqrt{2}} x$;
б) $f(x) = \lg x$; г) $f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$.

3. Решите неравенство $\sqrt[3]{3 - x} \le 4$.

4. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AB и BC равны 15 см и 8 см соответственно. Из вершины C к плоскости треугольника восстановлен перпендикуляр SC. Найдите длину вектора $\vec{x}$, если $\vec{x} = \overrightarrow{CS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA}$.

5. Найдите значение выражения $\dfrac{14^{8+\sqrt{5}}}{2^{7+\sqrt{5}} \cdot 7^{6+\sqrt{5}}}$.

6. Решите уравнение $2\cos 3x \cos 7x - \cos 10x = 0$.

7. Дана функция $f(x) = x^2 - 6x + 5$. Постройте график функции $y = \left|f(|x|)\right|$.

8. Через вершину конуса под углом 30° к основанию проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу в 90°. Найдите объем конуса, если расстояние от центра основания до плоскости сечения равно $2\sqrt{3}$ см.

9. Найдите промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции $f(x) = 2x^2 \ln(2x) - 2$.

10. Точка пересечения диагоналей основания правильной четырехугольной пирамиды делит отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром описанной около пирамиды сферы, в отношении 5 : 3, считая от вершины. Найдите угол наклона бокового ребра пирамиды к плоскости ее основания.

Вариант 101

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен $4\sqrt{3}$ см.
а) 48π см^2; б) 192π см^2; в) 64π см^2; г) 96π см^2.

2. Выберите верное равенство:
а) $5\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{a}=5$;
б) $5\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{a}=0$;
в) $5\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{a}=4\sqrt[4]{a}$;
г) $5\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{a}=4$.

3. Решите уравнение $3^x+3^{x+2}=30$.

4. Вычислите значение выражения $\log_{17}\operatorname{ctg}\frac{\pi}{4}+\log_{\frac{3}{4}}\cos\frac{\pi}{6}$.

5. Найдите $f'(0)$, если $f(x)=e^{2x}$.

6. Точка, не принадлежащая плоскости квадрата, равноудалена от его вершин. Расстояние от этой точки до плоскости квадрата равно 3 см. Найдите расстояние от этой точки до каждой вершины квадрата, если его сторона — 4 см.

7. Решите неравенство $\cos x+\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\geq\sqrt{3}$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases}\log_2(x+1)=64\cdot 2^y,\\ 2^{-y}+\log_2(x+1)=16.\end{cases}$

9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан конус и около нее описан конус. Найдите разность объемов описанного и вписанного конусов, если высота пирамиды равна 5, а длина окружности основания вписанного конуса равна $\sqrt{2}\pi$.

10. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\sqrt{\sin 2x-2\cos 2x}=\sqrt{2}\sin x$.

Вариант 102

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен $2\sqrt{5}$ см:
а) 60π см^2; б) 120π см^2; в) 80π см^2; г) 40π см^2.

2. Выберите верное равенство:
а) $8\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{a}=8$; в) $8\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{a}=7$;
б) $8\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{a}=7\sqrt[6]{a}$; г) $8\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{a}=0$.

3. Решите уравнение $2^x+2^{x+3}=18$.

4. Вычислите значение выражения $\log_{13}\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{4}+\log_{\frac{1}{2}}\cos\dfrac{\pi}{4}$.

5. Найдите $f'(0)$, если $f(x)=e^{3x}$.

6. Расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата равно 2 см, а до каждой его вершины — 6 см. Найдите сторону квадрата.

7. Решите неравенство $\sin x+\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\le\sqrt{2}$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases}\log_3(x-2)=25\cdot 5^y,\\ 5^{-y}+\log_3(x-2)=10.\end{cases}$

9. В правильную четырехугольную пирамиду вписан конус и около нее описан конус. Найдите разность объемов описанного и вписанного конусов, если высота пирамиды равна 6, а длина окружности основания вписанного конуса равна $3\sqrt{2}\pi$.

10. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{2\cos 2x-\sin 2x}=\sqrt{2}\cos x$.

Вариант 103

1. Выберите верное равенство:

а) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{72}=\sqrt[3]{36}$;

б) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{72}=\sqrt[3]{12}$;

в) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{72}=\sqrt[3]{9}$;

г) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{72}=\sqrt[3]{18}$.

2. Выберите функции, убывающие на области определения:

а) $y=5^x$;

б) $y=\log_{0,7}x$;

в) $y=\sqrt{x}$;

г) $y=-3x+4$.

3. Даны два вектора: $\vec{a}(-2;1;-1)$ и $\vec{b}(1;-3;2)$. Найдите $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$.

4. Вычислите значение выражения $\cos 1140°+\operatorname{tg}(-495°)$.

5. Решите уравнение $2^{2\log_3 x}\cdot 5^{\log_3 x}=400$.

6. Вычислите $f'(0)$, если $f(x)=2^x\cdot e^x$.

7. Решите неравенство $\dfrac{6-2x}{\sqrt{x^2-7x+12}}\geq 0$.

8. Плоскость пересекает основания цилиндра по хордам, равным 6 см и 8 см, расстояние между которыми 9 см. Найдите площадь поверхности цилиндра, если радиус основания равен 5 см и плоскость пересекает ось цилиндра во внутренней его точке.

9. Решите систему уравнений $\begin{cases}\lg 5\cdot\lg(5x)=\lg 7\cdot\lg(7y),\\ \lg x\cdot\lg 7=\lg y\cdot\lg 5.\end{cases}$

10. Основание прямой треугольной призмы — равнобедренный треугольник с основанием 16 см, боковое ребро призмы равно 15 см. Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями равных боковых граней.

Вариант 104

1. Выберите верное равенство:

а) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{96}=\sqrt[3]{12}$;

б) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{96}=\sqrt[3]{48}$;

в) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{96}=\sqrt[3]{16}$;

г) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{96}=\sqrt[3]{24}$.

2. Выберите функции, возрастающие на области определения:

а) $y=0,4^x$; б) $y=-4x+1$; в) $y=\log_7 x$; г) $y=\sqrt{x}$.

3. Даны два вектора: $\vec{a}(2;-1;1)$ и $\vec{b}(-1;-2;3)$. Найдите $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$.

4. Вычислите значение выражения $\sin(-150°)+\operatorname{ctg}765°$.

5. Решите уравнение $3^{2\log_5 x}\cdot 2^{\log_5 x}=324$.

6. Вычислите $f'(0)$, если $f(x)=5^x\cdot e^x$.

7. Решите неравенство $\frac{3x+9}{\sqrt{x^2-5x-24}}\le 0$.

8. Вершины квадрата принадлежат окружностям верхнего и нижнего оснований цилиндра. Найдите площадь поверхности цилиндра, если радиус основания цилиндра равен 7 см, сторона квадрата — 10 см и плоскость квадрата пересекает ось цилиндра.

9. Решите систему уравнений $\begin{cases}\lg 2\cdot\lg(2x)=\lg 5\cdot\lg(5y),\\ \lg x\cdot\lg 5=\lg y\cdot\lg 2.\end{cases}$

10. Основание прямой треугольной призмы — равнобедренный треугольник с основанием 24 см, боковое ребро призмы равно 16 см. Найдите расстояние между скрещивающимися диагоналями равных боковых граней.

Вариант 105

1. Корнем уравнения $10^x = 2$ является число:

а) $\sqrt{10}$; б) $\sqrt[10]{2}$; в) $\log_2 10$; г) $\lg 2$.

2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1 м, 2 м, 3 м. Найдите сумму длин всех ребер:

а) 12 м; в) 6 м;
б) 24 м; г) 18 м.

3. Вычислите значение выражения $\dfrac{\operatorname{tg}1^\circ - \operatorname{tg}46^\circ}{1+\operatorname{tg}1^\circ \operatorname{tg}46^\circ}$.

4. Решите неравенство $\sqrt[4]{3x+1} < 3$.

5. Найдите площадь сечения шара плоскостью, если расстояние от центра шара до плоскости сечения равно 3 см, а радиус шара 4 см.

6. Найдите значение выражения $5^{\frac{2}{\log_4 3}} \cdot (0{,}6)^{\frac{2}{\log_4 3}} + 6^{\frac{\lg 17}{\lg 6}}$.

7. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x - \ln(3x+4)$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

8. Объем конуса равен 81 см^3. Высота его разделена на три равные части, и через точки деления проведены плоскости, параллельные основанию. Найдите объем средней отсеченной части.

9. Постройте график функции $y = \dfrac{1}{2}\left(\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}|x|\right)$.

10. Решите уравнение $\log_2\left(4x^2+1\right) = \log_2 x + 8x(1-x)$.

Вариант 106

1. Корнем уравнения $10^x = 3$ является число:
   а) $\sqrt[3]{10}$; б) $\lg 3$; в) $\log_3 10$; г) $\sqrt[10]{3}$.

2. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 2 м, 4 м, 5 м. Найдите сумму длин всех ребер:
   а) 20 м; в) 11 м;
   б) 44 м; г) 22 м.

3. Вычислите значение выражения $\dfrac{\operatorname{tg}4^\circ - \operatorname{tg}49^\circ}{1+\operatorname{tg}4^\circ \operatorname{tg}49^\circ}$.

4. Решите неравенство $\sqrt[6]{5x+4} < 2$.

5. Найдите радиус шара, если расстояние от центра шара до плоскости сечения равно 4 см, а площадь сечения 9π см^2.

6. Найдите значение выражения $2^{\frac{4}{\log_2 3}} \cdot (1{,}5)^{\frac{4}{\log_2 3}} + 14^{\frac{\lg 15}{\lg 14}}$.

7. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = x - \ln(4x+5)$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

8. Объем конуса равен 108 см^3. Высота его разделена на три равные части, и через точки деления проведены плоскости, параллельные основанию. Найдите объем средней отсеченной части.

9. Постройте график функции $y = \dfrac{1}{2}(\operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg}|x|)$.

10. Решите уравнение $\log_2(18x^2+2) = \log_2(3x) + 6x(2-3x)$.

Вариант 107

1. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны 3 м, 4 м, 12 м. Найдите длину его диагонали:
   а) $\sqrt{13}$ м; в) 169 м;
   б) 13 м; г) $\sqrt{19}$ м.

2. Выберите верное равенство:
   а) $\cos 75° = \cos 45° + \cos 30°$;
   б) $\cos 75° = \sin 45° + \sin 30°$;
   в) $\cos 75° = \cos 45° \sin 30° + \cos 45° \sin 30°$;
   г) $\cos 75° = \cos 45° \cos 30° - \sin 45° \sin 30°$.

3. Найдите множество значений функции $f(x) = 5^{x+2} - 3$.

4. В классе 25 человек, из них 12 мальчиков. Какова вероятность того, что сегодня по классу дежурит девочка?

5. Найдите все корни уравнения $2\log_5(x-1) = \log_5(12x+1)$.

6. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды, если сторона основания равна 2 см, а двугранный угол при ребре основания — 60°.

7. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 5\cos 2x$ и $g(x) = 6\sin x + 1$.

8. Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \le \dfrac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}$.

9. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 30°. Площадь осевого сечения конуса равна 75 см^2. Найдите площадь поверхности шара, описанного около этого конуса.

10. Исследуйте функцию $f(x) = \dfrac{10x}{x^2+1}$ и постройте ее график.

Вариант 108

1. Три измерения прямоугольного параллелепипеда равны $2\sqrt{3}$ м, 6 м, 11 м. Найдите длину его диагонали:
   а) $\sqrt{13}$ м; в) 169 м;
   б) 13 м; г) $\sqrt{19}$ м.

2. Выберите верное равенство:
   а) $\cos 15° = \cos 45° - \cos 30°$;
   б) $\cos 15° = \sin 45° - \sin 30°$;
   в) $\cos 15° = \cos 45° \sin 30° - \cos 45° \sin 30°$;
   г) $\cos 15° = \cos 45° \cos 30° + \sin 45° \sin 30°$.

3. Найдите множество значений функции $f(x) = 7^{x+3} - 4$.

4. В классе 25 человек, из них 14 девочек. Какова вероятность того, что сегодня по классу дежурит мальчик?

5. Найдите все корни уравнения $2\log_7(x-1) = \log_7(5x+1)$.

6. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды, если сторона основания равна 2 см, а двугранный угол при ребре основания — 30°.

7. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 3\cos 2x$ и $g(x) = 8\cos x - 5$.

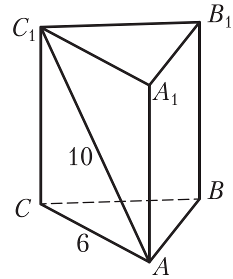
8. Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{15+2x-x^2}}{2x+7} \geq \dfrac{\sqrt{15+2x-x^2}}{x+8}$.

9. Конус вписан в шар, радиус которого равен 16 см. Найдите расстояние от центра шара до плоскости основания конуса, если угол при вершине его осевого сечения равен 30°.

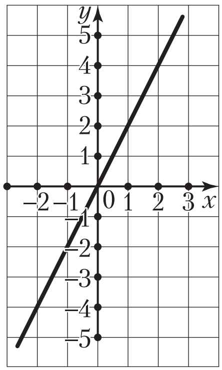
10. Исследуйте функцию $f(x) = \dfrac{6x}{x^2+1}$ и постройте ее график.

Вариант 109

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 6 см, а диагональ боковой грани — 10 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы:
а) 72 см^2; в) 96 см^2;
б) 144 см^2; г) $72\sqrt{3}$ см^2.



2. На рисунке изображен график производной одной из данных функций. Определите эту функцию:
а) $f(x) = 2x + 1$;
б) $g(x) = x^2 - 9$;
в) $h(x) = \dfrac{2}{x}$;
г) $p(x) = 2$.



3. Найдите значение выражения $\sqrt[7]{5^{14} \cdot 9^7}$.

4. Определите, в какой точке график функции $y = \ln(x-1) - \ln 5$ пересекает ось абсцисс.

5. Радиусы оснований усеченного конуса равны 12 см и 6 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 45°. Найдите высоту конуса.

6. Решите уравнение $x = 5 - \sqrt{2x^2 - 14x + 13}$.

7. Постройте график функции $y = \sin(\arcsin(2x - 5))$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4^{-x} - 4^{-y} = \dfrac{1}{8}, \\ 2^{x+y} = 4\sqrt{2}. \end{cases}$

9. Вычислите значение выражения

$$\left(4+\sqrt{17}\right)^{\log_7\left(3+\sqrt{10}\right)}\cdot\frac{1000^{\lg\sqrt[3]{21}}}{\left(\sqrt{10}-3\right)^{\log_{49}\left(4-\sqrt{17}\right)^2}}.$$

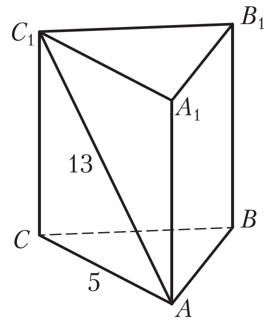
10. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 2 см, точки K и P — середины ребер AD и SC соответственно. Через отрезки SK и DP проведены параллельные между собой плоскости. Найдите объем тела, ограниченного двумя данными плоскостями сечений.

Вариант 110

1. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 5 см, а диагональ боковой грани — 13 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы:

а) 130 см^2; в) 90 см^2;

б) 180 см^2; г) $180\sqrt{3}$ см^2.



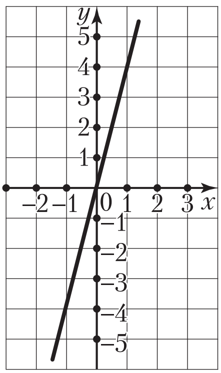
2. На рисунке изображен график производной одной из данных функций. Определите эту функцию:

а) $f(x)=4x-1$;

б) $g(x)=2x^2+5$;

в) $h(x)=\dfrac{4}{x}$;

г) $p(x)=4$.



3. Найдите значение выражения $\sqrt[9]{2^{18}\cdot 10^9}$.

4. Определите, в какой точке график функции $y=\ln(x+1)-\ln 9$ пересекает ось абсцисс.

5. Радиусы оснований усеченного конуса равны 16 см и 8 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 60°. Найдите образующую конуса.

6. Решите уравнение $\sqrt{1+8x+2x^2}-3=x$.

7. Постройте график функции $y=\cos(\arccos(2x-7))$.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 9^{-x}-9^{-y}=-\dfrac{2}{9}, \\ 3^{x+y}=3\sqrt{3}. \end{cases}$

9. Вычислите значение выражения

$$\left(6+\sqrt{37}\right)^{\log_6\left(\sqrt{15}+4\right)} \cdot \frac{1000^{\lg\sqrt[3]{31}}}{\left(4-\sqrt{15}\right)^{\log_{36}\left(6-\sqrt{37}\right)^2}}.$$

10. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 6 см, точки K и P — середины ребер AD и SC соответственно. Через отрезки SK и DP проведены параллельные между собой плоскости. Найдите объем тела, ограниченного двумя данными плоскостями сечений.

Вариант 111

1. Областью определения функции $y = \ln(1 - x)$ является промежуток:

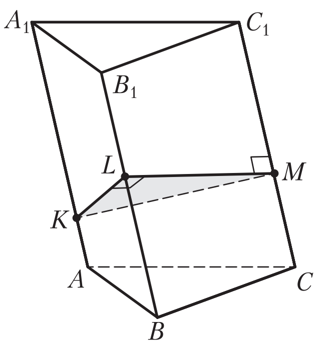
а) $(-\infty; 1)$; б) $[1; +\infty)$; в) $(1; +\infty)$; г) $(0; +\infty)$.

2. Выберите пары равносильных неравенств:

а) $6^x > 36$ и $x < 2$; в) $2^x < 16$ и $x > 4$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \le \frac{1}{27}$ и $x \ge 3$; г) $0{,}1^x \ge 0{,}01$ и $x \le 2$.

3. Боковые ребра наклонной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равны 10 см. Перпендикулярным сечением призмы является прямоугольный треугольник с катетами 9 см и 12 см. Найдите объем призмы.



4. Вычислите значение выражения $\log_{\frac{1}{3}} \operatorname{tg}\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$.

5. Найдите промежутки монотонности функции
$f(x) = 1 + 3x^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$.

6. Решите неравенство $\sqrt{3x^2 + 7x - 6} \le 0$.

7. Радиусы сфер равны 3 см и 5 см, а расстояние между их центрами 6 см. Найдите длину линии, по которой пересекаются сферы.

8. Решите уравнение $x^4 - 3x^3 - 2x^2 - 6x - 8 = 0$.

9. Решите уравнение $12\sin x - \sin 2x = 12 + 12\cos x$.

10. Угол между высотой правильной треугольной пирамиды и боковой гранью равен 30°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если радиус вписанного в пирамиду шара равен 1 см.

Вариант 112

1. Областью определения функции $y = \ln(2 - x)$ является промежуток:

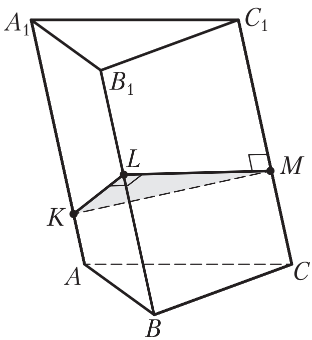
а) $[2;+\infty)$; б) $(0;+\infty)$; в) $(-\infty;2)$; г) $(2;+\infty)$.

2. Выберите пары равносильных неравенств:

а) $5^x < 25$ и $x < 2$; в) $2^x \geq 32$ и $x \leq 5$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{81}$ и $x > 4$; г) $0{,}1^x \leq 0{,}001$ и $x \geq 3$.

3. Боковые ребра наклонной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равны 12 см. Перпендикулярным сечением призмы является прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 15 см. Найдите объем призмы.



4. Вычислите значение выражения $\log_3 \operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$.

5. Найдите промежутки монотонности функции

$f(x) = 2 + 6x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$.

6. Решите неравенство $\sqrt{4x^2 + 5x - 6} \leq 0$.

7. Найдите длину линии пересечения двух сфер, радиусы которых равны 4 см и 6 см, а расстояние между их центрами 5 см.

8. Решите уравнение $x^4 + 3x^3 - x^2 + 9x - 12 = 0$.

9. Решите уравнение $7 + \sin 2x = 7\sin x + 7\cos x$.

10. Угол между высотой правильной треугольной пирамиды и боковой гранью равен 30°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если радиус вписанного в пирамиду шара равен 2 см.

Вариант 113

1. Найдите объем шара, радиус которого равен $2\sqrt{3}$ дм:

а) 192π дм^3; б) $32\pi\sqrt{3}$ дм^3; в) 48π дм^3; г) $96\sqrt{3}\pi$ дм^3.

2. Укажите точку, принадлежащую графику функции $y = \operatorname{ctg} x$:

а) $\left(\frac{\pi}{2};0\right)$; б) $(\pi;1)$; в) $\left(\frac{\pi}{3};\sqrt{3}\right)$; г) $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

3. Найдите значение выражения $\log_3^2 \frac{1}{27}$.

4. Решите неравенство $0{,}4^{3x-2} \ge 1$.

5. Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Высота пирамиды 12 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.

6. Найдите значение выражения $\sqrt{10} \cdot \sqrt[3]{-10} \cdot \sqrt[6]{10} - \sqrt[7]{(-5)^7} + \left(-3\sqrt[4]{2}\right)^4$.

7. Решите уравнение $f'(x) + f(x) = 0$, если $f(x) = \cos x$.

8. Решите неравенство $\log_{x-1} \frac{x^2 - x - 6}{2x - 8} \le 1$.

9. Найдите корни уравнения

$$\sqrt{4-(x-1)\cdot\sqrt{1-(x-6)\cdot\sqrt{9+(x-1)(x-7)}}} = 5 - 2x.$$

10. Радиус основания конуса равен R, высота H. В конус вписан цилиндр, одно основание которого лежит на основании конуса, а другое — на боковой поверхности конуса. Какое наибольшее значение может иметь боковая поверхность цилиндра?

Вариант 114

1. Найдите площадь сферы, радиус которой равен $3\sqrt{2}$ см:

а) 36π см^2; б) 72π см^2; в) 144π см^2; г) $36\sqrt{2}\pi$ см^2.

2. Укажите точку, принадлежащую графику функции $y = \operatorname{tg} x$:

а) $(\pi; -1)$; б) $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; в) $(-\pi; 0)$; г) $\left(-\frac{\pi}{2}; -1\right)$.

3. Найдите значение выражения $\log_4^2 \frac{1}{64}$.

4. Решите неравенство $0{,}3^{7x-5} < 1$.

5. Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами 12 см и 16 см. Высота пирамиды 24 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.

6. Найдите значение выражения $\sqrt{13} \cdot \sqrt[3]{-13} \cdot \sqrt[6]{13} - \sqrt[9]{(-2)^9} + \left(-2\sqrt[6]{3}\right)^6$.

7. Решите уравнение $f'(x) + f(x) = 0$, если $f(x) = \sin x$.

8. Решите неравенство $\log_{\frac{2x+2}{5x-1}}\left(10x^2 + x - 2\right) \le 0$.

9. Найдите корни уравнения

$$\sqrt{1-(x-4)\cdot\sqrt{16-(x-10)\cdot\sqrt{36+(x+4)(x-8)}}} = 7 - 6x.$$

10. Радиус основания конуса равен R, высота H. В конус вписан цилиндр, одно основание которого лежит на основании конуса, а другое — на боковой поверхности конуса. Какое наибольшее значение может иметь объем цилиндра?

Вариант 115

1. Из данных чисел выберите нули функции $y = \cos x$:

а) 2π; б) $\frac{3\pi}{2}$; в) $-\pi$; г) $-\frac{\pi}{2}$.

2. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $120°$:

а) $6\sqrt{3}$; б) $-6\sqrt{3}$; в) 6; г) -6.

3. Сравните значения выражений $\sqrt[4]{\sqrt[5]{99}}$ и $\sqrt[10]{10}$.

4. Решите неравенство $\log_{0,2}(7 - 2x) \le \log_{0,2}(3 + x)$.

5. Радиусы оснований усеченного конуса равны $5\sqrt{3}$ см и $3\sqrt{3}$ см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом $60°$. Найдите высоту конуса.

6. Найдите значение выражения $\left(5^{(\sqrt{3}-2)^2} : 5^{(\sqrt{3}+2)^2}\right)^{-0,125\sqrt{3}}$.

7. Решите уравнение $11 - 3^x = \sqrt{3^x - 5}$.

8. Правильная треугольная призма со стороной основания 6 см вписана в шар. Найдите объем призмы, если радиус шара 4 см.

9. Решите неравенство $-\frac{\sqrt{2}}{2} \le \sin 7x \sin\frac{\pi}{8} + \cos 7x \cos\frac{\pi}{8} < 1$.

10. Исследуйте функцию $f(x) = 2x^2 - 4\ln x$ и постройте ее график.

Вариант 116

1. Из данных чисел выберите нули функции $y = \sin x$:

а) 2π; б) $\frac{3\pi}{2}$; в) $-\pi$; г) $-\frac{\pi}{2}$.

2. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$ и угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен $135°$:

а) $12\sqrt{2}$; б) $-12\sqrt{2}$; в) 12; г) -12.

3. Сравните значения выражений $\sqrt[8]{\sqrt{79}}$ и $\sqrt[4]{3}$.

4. Решите неравенство $\log_{0,3}(3 - x) \le \log_{0,3}(3x - 1)$.

5. Радиусы оснований усеченного конуса равны 7 см и 4 см, а образующая наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найдите высоту конуса.

6. Найдите значение выражения $\left(2^{(\sqrt{5}-2)^2} : 2^{(\sqrt{5}+2)^2}\right)^{-0,125\sqrt{5}}$.

7. Решите уравнение $10 - 2^x = \sqrt{2^x - 4}$.

8. Правильная треугольная призма со стороной основания 3 см вписана в шар. Найдите объем призмы, если радиус шара $2\sqrt{3}$ см.

9. Решите неравенство $-1 < \sin 4x \sin\frac{\pi}{5} + \cos 4x \cos\frac{\pi}{5} \le \frac{\sqrt{3}}{2}$.

10. Исследуйте функцию $f(x) = 3x^2 - 6\ln x$ и постройте ее график.

Вариант 117

1. Сравните значения $y_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$; $y_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^{1,8}$; $y_3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{1,5}$; $y_4 = \left(\frac{1}{3}\right)^{0,99}$ показательной функции $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ и расположите их в порядке убывания:

а) $y_2; y_3; y_1; y_4$;
б) $y_1; y_2; y_3; y_4$;
в) $y_4; y_3; y_1; y_2$;
г) $y_2; y_1; y_3; y_4$.

2. Точка P_α единичной окружности имеет координаты $P_\alpha\left(\frac{1}{3}; -\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$.

Определите верное равенство:

а) $\sin\alpha = \frac{1}{3}$;
б) $\cos\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$;
в) $\operatorname{tg}\alpha = -2\sqrt{2}$;
г) $\operatorname{ctg}\alpha = -2\sqrt{2}$.

3. Даны векторы $\vec{a}(-1;2;0)$, $\vec{b}(0;-5;-2)$, $\vec{c}(2;1;-3)$. Найдите координаты вектора $\vec{q} = 2\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{-49} \cdot \sqrt[6]{49}$.

5. Известно, что $\lg a = m$. Выразите через m значение выражения $\lg\left(\frac{\sqrt{10}}{a^3}\right)$.

6. Радиус основания конуса равен $6\sqrt[3]{2}$ см. Найдите радиус сечения, параллельного основанию, делящего объем конуса пополам.

7. Найдите область определения функции $y = \log_{x+2}\frac{5x - x^2}{x - 2}$.

8. Решите неравенство $f'(x) \geq 5$, если $f(x) = \cos^2 5x - \sin^2 5x$.

9. Найдите сумму корней уравнения $25^{x^2} - 4 \cdot 5^{x^2+2x+3} = 5^{4x+7}$.

10. Высота правильной четырехугольной пирамиды меньше радиуса описанной около нее сферы в 4 раза. Найдите квадрат отношения площади боковой поверхности пирамиды к площади ее основания.

Вариант 118

1. Сравните значения $y_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$; $y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,5}$; $y_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1,1}$; $y_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{0,7}$ показательной функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ и расположите их в порядке возрастания:

а) $y_2; y_3; y_1; y_4$;

б) $y_2; y_1; y_3; y_4$;

в) $y_4; y_3; y_1; y_2$;

г) $y_1; y_2; y_3; y_4$.

2. Точка P_α единичной окружности имеет координаты $P_\alpha\left(-\frac{4\sqrt{3}}{7};\ \frac{1}{7}\right)$. Определите верное равенство:

а) $\sin\alpha = -\frac{4\sqrt{3}}{7}$;

б) $\cos\alpha = \frac{1}{7}$;

в) $\operatorname{tg}\alpha = -4\sqrt{3}$;

г) $\operatorname{ctg}\alpha = -4\sqrt{3}$.

3. Даны векторы $\vec{a}(1;-2;1)$, $\vec{b}(-2;0;-2)$, $\vec{c}(1;2;-3)$. Найдите координаты вектора $\vec{q} = -\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$.

4. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{-36} \cdot \sqrt[6]{36}$.

5. Известно, что $\lg a = k$. Выразите через k значение выражения $\lg\left(\frac{a^2}{\sqrt{10}}\right)$.

6. Найдите радиус основания конуса, если радиус сечения, параллельного основанию, делящего объем конуса пополам, равен $3\sqrt[3]{4}$ см.

7. Найдите область определения функции $y = \log_{x+3}\frac{4x - x^2}{x-1}$.

8. Решите неравенство $f'(x) \le 3$, если $f(x) = \cos^2 3x - \sin^2 3x$.

9. Найдите произведение корней уравнения
$9^{x^2} - 2\cdot 3^{x^2+2x+3} - 3^{4x+7} = 0$.

10. Радиус сферы, описанной около правильной четырехугольной пирамиды, в 3 раза больше высоты пирамиды. Найдите квадрат отношения площади боковой поверхности пирамиды к площади ее основания.

Вариант 119

1. Функция задана формулой $f(x)=\left(\sqrt[5]{2}\right)^x$. Найдите $f(10)$:

   а) 2; б) $\frac{1}{2}$; в) 4; г) 0,5.

2. Определите, как изменится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую и радиус основания уменьшить в 2 раза:
   а) уменьшится в 2 раза; в) уменьшится в 4 раза;
   б) уменьшится в 1,5 раза; г) уменьшится в 3 раза.

3. Упростите выражение $3,4\cos^2\alpha+3,4\sin^2\alpha-7$.

4. Решите неравенство $\log_2(3x+1)\le 1$.

5. Постройте в одной системе координат график функции $y=3x-2$ и график функции, обратной к ней.

6. Найдите угол между прямыми AB и CD, если $A(3;-2;4)$, $B(4;-1;2)$, $C(6;-3;2)$ и $D(7;-3;1)$.

7. Решите уравнение $3^{2x+5}-2^{2x+7}+3^{2x+4}-2^{2x+4}=0$.

8. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=\frac{x}{8}+\frac{2}{x}$ на отрезке $[1;6]$.

9. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{1+\cos x}=-\sin x$.

10. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ все ребра равны 6 см, точки K и P — середины ребер AC и DB соответственно. Через отрезки DK и CP проведены параллельные между собой плоскости. Найдите объем тела, ограниченного двумя данными плоскостями сечений.

Вариант 120

1. Функция задана формулой $f(x)=\left(\sqrt[3]{5}\right)^x$. Найдите $f(6)$:

   а) 5; б) 25; в) $\frac{1}{5}$; г) 0,5.

2. Определите, как изменится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую и радиус основания увеличить в 3 раза:
   а) увеличится в 2 раза; в) увеличится в 4,5 раза;
   б) увеличится в 9 раз; г) увеличится в 3 раза.

3. Упростите выражение $4{,}6\sin^2\alpha+4{,}6\cos^2\alpha-8$.

4. Решите неравенство $\log_5(2x-1)\le 1$.

5. Постройте в одной системе координат график функции $y=2x-3$ и график функции, обратной к ней.

6. Найдите угол между прямыми AB и CD, если $A\left(\sqrt{3};1;0\right)$, $B\left(0;0;2\sqrt{2}\right)$, $C(0;2;0)$ и $D\left(\sqrt{3};1;2\sqrt{2}\right)$.

7. Решите уравнение $2^{3x+7}+5^{3x+4}+2^{3x+5}-5^{3x+5}=0$.

8. Найдите наибольшее значение функции $f(x)=\frac{x}{3}+\frac{3}{x}$ на отрезке $[-5;-1]$.

9. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sqrt{1+\sin x}=-\cos x$.

10. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ все ребра равны $6\sqrt{3}$ см, точки K и P — середины ребер AC и DB соответственно. Через отрезки DK и CP проведены параллельные между собой плоскости. Найдите объем тела, ограниченного двумя данными плоскостями сечений.

Вариант 121

1. Определите верное равенство:

а) $(\operatorname{ctg} x)' = \operatorname{tg} x$;

б) $(\operatorname{ctg} x)' = -\operatorname{ctg} x$;

в) $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\cos^2 x}$;

г) $(\operatorname{ctg} x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

2. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60° и равна 4 см. Найдите площадь осевого сечения конуса:
а) $12\sqrt{3}$ см^2; б) $4\sqrt{3}$ см^2; в) $8\sqrt{3}$ см^2; г) $16\sqrt{3}$ см^2.

3. Упростите выражение $\sqrt[3]{a^{16}} \cdot \sqrt[3]{a^{11}}$.

4. Найдите множество значений функции $y = 5\sin x - 2$.

5. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 6. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{BA_1}$ и $\overrightarrow{BC_1}$.

6. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 2^{2+x} - 2 \cdot 0,5^{2-x}$ и $g(x) = 42$.

7. Решите неравенство $\log_3 \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) < 0$.

8. Найдите количество корней уравнения $6\sin^2 x = 4 + \sin 2x$ на промежутке $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

9. Исследуйте функцию $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3$ и постройте ее график.

10. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ сторона основания равна боковому ребру. Через медианы DK и CP смежных граней пирамиды проведены параллельные между собой плоскости. Найдите объем тела, ограниченного двумя данными плоскостями сечений, если сторона основания равна $12\sqrt{3}$ см.

Вариант 122

1. Определите верное равенство:

а) $(\operatorname{tg} x)' = \operatorname{ctg} x$;

б) $(\operatorname{tg} x)' = -\operatorname{tg} x$;

в) $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$;

г) $(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\sin^2 x}$.

2. Образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 45° и равна 6 см. Найдите площадь осевого сечения конуса:

а) 6 см^2; б) $8\sqrt{2}$ см^2; в) 36 см^2; г) 18 см^2.

3. Упростите выражение $\sqrt[5]{m^{21}} \cdot \sqrt[5]{m^{14}}$.

4. Найдите множество значений функции $y = 7\cos x - 4$.

5. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 4. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB_1}$ и $\overrightarrow{AD_1}$.

6. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 5^{x-1} + 5 \cdot 0{,}2^{2-x}$ и $g(x) = 30$.

7. Решите неравенство $\log_5 \log_{\frac{1}{3}}(3x+2) < 0$.

8. Найдите количество корней уравнения $3\sin 2x + 8\cos^2 x = 7$ на промежутке $\left[-\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

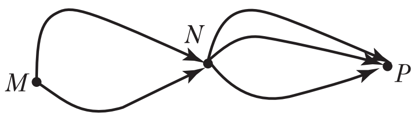
9. Исследуйте функцию $f(x) = -x^4 - 4x^3 - 3$ и постройте ее график.

10. В правильной треугольной пирамиде $DABC$ сторона основания равна боковому ребру. Через медианы DK и CP смежных граней пирамиды проведены параллельные между собой плоскости. Найдите объем тела, ограниченного двумя данными плоскостями сечений, если сторона основания равна $6\sqrt{3}$ см.

Вариант 123

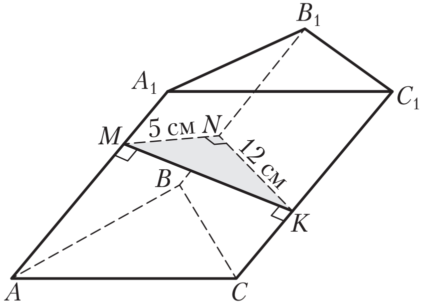
1. Из города M в город N ведут две дороги, а из города N в город P ведут три дороги. Сколькими способами можно проехать из города M в город P?

а) 2; в) 6;
б) 3; г) 4.



2. Боковое ребро наклонной треугольной призмы 8 см, а перпендикулярным сечением является прямоугольный треугольник, катеты которого равны 5 см и 12 см. Найдите боковую поверхность призмы:

а) 780 см^2;
б) 480 см^2;
в) 240 см^2;
г) 120 см^2.



3. Найдите $f'(-1)$, если $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-1}$.

4. Решите неравенство $\sqrt{5x+7} < \sqrt{2-3x}$.

5. Решите уравнение $3\sin x + 4\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) = 0$.

6. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt[3]{3}+2\sqrt[6]{3}+1}$.

7. Концы отрезка AB = 13 дм лежат на окружностях оснований цилиндра, радиус которого равен 10 дм. Найдите площадь поверхности цилиндра, если расстояние между осью цилиндра и отрезком AB равно 8 дм.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^{\frac{x+y}{4}} + 2^{\frac{x+y}{2}} = 6, \\ 2^x + 2^y = 17. \end{cases}$

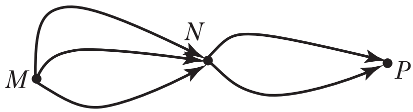
9. В треугольной пирамиде все плоские углы при вершине — прямые. Боковые ребра пирамиды равны $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$. Найдите площадь описанной около пирамиды сферы.

10. Решите неравенство
$\log_{2x+1}\left(5+8x-4x^2\right)+\log_{5-2x}\left(1+4x+4x^2\right)\leq 4.$

Вариант 124

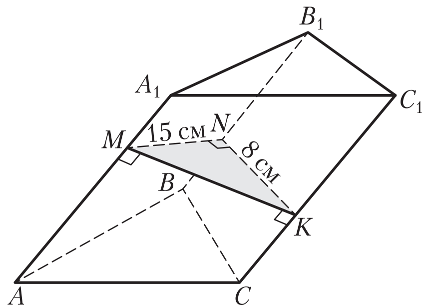
1. Из города M в город N ведут три дороги, а из города N в город P ведут две дороги. Сколькими способами можно проехать из города M в город P?

а) 2; в) 6;
б) 3; г) 4.



2. Боковое ребро наклонной треугольной призмы 10 см, а перпендикулярным сечением является прямоугольный треугольник, катеты которого равны 15 см и 8 см. Найдите боковую поверхность призмы:

а) 50 см^2;
б) 600 см^2;
в) 400 см^2;
г) 200 см^2.



3. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \dfrac{3x-2}{x+1}$.

4. Решите неравенство $\sqrt{3+7x} < \sqrt{1-4x}$.

5. Решите уравнение $3\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+x\right) - 5\cos x = 0$.

6. Найдите значение выражения $\dfrac{1-2\sqrt[4]{5}+\sqrt{5}}{\left(\sqrt{3}-\sqrt[4]{45}\right)^2}$.

7. Концы отрезка $AB = 25$ дм лежат на окружностях оснований цилиндра, радиус которого равен 13 дм. Найдите площадь поверхности цилиндра, если расстояние между осью цилиндра и отрезком AB равно 5 дм.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3^{\frac{x-y}{2}} + 3^{x-y} = 12, \\ 3^x + 3^{-y} = 10. \end{cases}$

9. В треугольной пирамиде все плоские углы при вершине — прямые. Боковые ребра пирамиды равны $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$. Найдите объем описанного около пирамиды шара.

10. Решите неравенство
$\frac{1}{2}\log_{x+4}\left(x^2+2x+1\right)+\log_{-x-1}\left(-x^2-5x-4\right)\le 3.$

Вариант 125

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна $\sqrt{61}$ см, а радиус основания — 3 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра:
а) $3\sqrt{61}$ см^2; б) 22 см^2; в) 30 см^2; г) 15 см^2.

2. Решением неравенства $\sqrt{x} \le 4$ является промежуток:
а) $(-\infty;0)$; б) $[0;+\infty)$; в) $[0;16]$; г) $(-\infty;16]$.

3. Сократите дробь $\dfrac{a^2 - \sqrt[3]{b}}{a + \sqrt[6]{b}}$.

4. Найдите все значения аргумента, при которых функция $f(x) = \cos(2x+5)$ принимает наименьшее значение.

5. Решите неравенство $5^{\frac{2}{x}} \le 0,2^{x-3}$.

6. Разделите «уголком» многочлен $P(x) = x^3 - 5x^2 + 6x - 2$ на многочлен $Q(x) = x + 1$, определите частное и остаток.

7. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, если ее диагональным сечением является прямоугольный треугольник, площадь которого равна 36 см^2.

8. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x) = 5 - \lg(3x+4)$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

9. Решите уравнение
$\log_{3x+7}(9 + 12x + 4x^2) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4.$

10. В прямой треугольной призме стороны основания 15 см, 15 см и 18 см, а боковое ребро 12 см. Найдите расстояние между равными скрещивающимися диагоналями боковых граней.

Вариант 126

1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна $\sqrt{89}$ см, а радиус основания — 4 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра:
а) $4\sqrt{89}$ см^2; б) 20 см^2; в) 40 см^2; г) 18 см^2.

2. Решением неравенства $\sqrt{x} \le 3$ является промежуток:
а) $(-\infty;0)$; б) $(-\infty;9]$; в) $[0;9]$; г) $[0;+\infty)$.

3. Сократите дробь $\dfrac{\sqrt[4]{m}-n^2}{\sqrt[8]{m}-n}$.

4. Найдите все значения аргумента, при которых функция $f(x)=\sin(3x-2)$ принимает наименьшее значение.

5. Решите неравенство $2^{\frac{3}{x}} \ge 0,5^{x-4}$.

6. Разделите «уголком» многочлен $P(x)=x^3-4x^2+7x-3$ на многочлен $Q(x)=x+1$, определите частное и остаток.

7. Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, все ребра которой равны, если площадь диагонального сечения равна 32 см^2.

8. Найдите тангенс угла наклона касательной к графику функции $f(x)=3-\lg(5x+6)$ в точке с абсциссой $x_0=-1$.

9. Решите уравнение $\log_{1-2x}\left(6x^2-5x+1\right)-\log_{1-3x}\left(4x^2-4x+1\right)=2$.

10. В прямой треугольной призме стороны основания 25 см, 25 см и 14 см, а боковое ребро 24 см. Найдите расстояние между равными скрещивающимися диагоналями боковых граней.

Вариант 127

1. Определите, в какой четверти находится угол 6 радиан:
а) в первой;
б) во второй;
в) в третьей;
г) в четвертой.

2. Выберите неравенство, не имеющее решений:
а) $\sqrt[4]{x} < 1$; б) $\sqrt{x} > -3$; в) $\sqrt[5]{x} \le -4$; г) $\sqrt[6]{x} \le -2$.

3. Развертка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 8 см, а угол между диагоналями равен 60°. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

4. Докажите, что функция $f(x) = 7x^3 - \sin 3x$ является нечетной.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4, \\ \log_4 x + \log_2 y = 5. \end{cases}$

6. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — ромб. Найдите площадь боковой поверхности призмы, учитывая, что AC_1 = 8 см, DB_1 = 5 см, а BB_1 = 2 см.

7. Решите уравнение $\arcsin\left(x^2 - 4\right) = \arcsin(2x + 4)$.

8. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = 4^{\sin 2x} + 2^{\sin 2x}$ и $y = 2$.

9. Исследуйте функцию $f(x) = 14\sqrt{x} - \ln(7x) + 9$ на монотонность и экстремумы.

10. Высота SO правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ составляет с плоскостью боковой грани SCD угол 30°. Через сторону основания AB пирамиды проведена плоскость, перпендикулярная плоскости SCD. Найдите отношение объема пирамиды к объему многогранника, заключенного между плоскостью сечения и плоскостью основания.

Вариант 128

1. Определите, в какой четверти находится угол 5 радиан:

а) в первой; б) во второй; в) в третьей; г) в четвертой.

2. Выберите неравенство, не имеющее решений:

а) $\sqrt[4]{x} \geq -3$; б) $\sqrt{x} < -7$; в) $\sqrt[5]{x} < -1$; г) $\sqrt[6]{x} \leq 2$.

3. Развертка боковой поверхности цилиндра является прямоугольником, диагональ которого равна 6 см, а угол между диагоналями равен 120°. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

4. Докажите, что функция $f(x) = 2x^4 + \cos 2x$ является четной.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_3 x - \log_9 y = -2, \\ \log_9 x - \log_3 y = -4. \end{cases}$

6. Основание прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — ромб. Найдите площадь боковой поверхности призмы, учитывая, что $AC_1 = 10$ см, $DB_1 = 12$ см, а $BB_1 = 8$ см.

7. Решите уравнение $\arccos\left(x^2 - 26\right) = \arccos(3x - 16)$.

8. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $y = 9^{\cos x} + 2 \cdot 3^{\cos x}$ и $y = 15$.

9. Исследуйте функцию $f(x) = 18\sqrt{x} - \ln(9x) + 7$ на монотонность и экстремумы.

10. Высота SO правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ составляет с плоскостью боковой грани SAB угол 30°. Через сторону основания CD пирамиды проведена плоскость, перпендикулярная плоскости SAB. Найдите отношение объемов многогранников, полученных при пересечении пирамиды этой плоскостью.

Вариант 129

1. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$, если $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-1;-2;3)$:
а) 14; б) 6; в) 4; г) 8.

2. Из данных функций выберите четные:
а) $f(x)=\sqrt[6]{x}$;
б) $f(x)=\sqrt[7]{x}$;
в) $f(x)=\sqrt[10]{|x|}$;
г) $f(x)=\sqrt[11]{|x|+1}$.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{1}{\log_{21}3}-\log_3 7$.

4. Вычислите $f'(1)$, если $f(x)=(7x-6)^5$.

5. Площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды равна 240 см^2, а ее апофема — 10 см. Найдите объем пирамиды.

6. Решите неравенство $5^{\log_5(11x-4)}<11$.

7. Решите уравнение $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$.

8. Вычислите: $\sin^2\left(\dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{3}{7}\right)-\cos^2\left(\dfrac{1}{2}\arcsin\dfrac{3}{7}\right)$.

9. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения
$$\left(\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{\sin x}}+\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^{\frac{1}{\sin x}}=14.$$

10. Длина образующей конуса равна 6 см, а угол между высотой и образующей равен 30°. В конус вписан цилиндр наибольшего объема. Найдите отношение площади боковой поверхности конуса к площади боковой поверхности цилиндра.

Вариант 130

1. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$, если $\vec{a}(2;-1;3)$, $\vec{b}(-2;2;3)$:
а) 15; б) 6; в) 7; г) 3.

2. Из данных функций выберите четные:
а) $f(x)=\sqrt[8]{|x|}$; в) $f(x)=\sqrt[10]{|x|-3}$;
б) $f(x)=\sqrt[7]{x}$; г) $f(x)=\sqrt[11]{x}$.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{1}{\log_{15}5}-\log_5 3$.

4. Вычислите $f'(1)$, если $f(x)=(6x-5)^7$.

5. Площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды равна 260 см^2, а ее апофема — 13 см. Найдите объем пирамиды.

6. Решите неравенство $7^{\log_7(8x-3)}<13$.

7. Решите уравнение $(x-3)(x-2)-4\sqrt{x^2-5x+1}=10$.

8. Вычислите: $\sin\left(\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{3}{11}\right)\cos\left(\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{3}{11}\right)$.

9. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\left(\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{\cos x}}+\left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{\cos x}}=18$.

10. Длина образующей конуса равна 12 см, а угол между образующими в осевом сечении равен 60°. В конус вписан цилиндр наибольшего объема. Найдите отношение площади боковой поверхности цилиндра к площади боковой поверхности конуса.

Вариант 131

1. Значением выражения $\log_2 6 - \log_2 12$ является число:

а) $\frac{1}{2}$; б) 1; в) -1; г) 2.

2. Выберите уравнение, не имеющее корней:

а) $\sqrt[7]{x-3} = 1$; в) $\sqrt[4]{x-7} = 0$;

б) $\sqrt[8]{x+4} = -1$; г) $\sqrt[3]{x+1} = -5$.

3. Площадь основания конуса равна 50π см^2. Плоскость, параллельная его основанию, делит высоту конуса в отношении $2:3$, считая от вершины. Найдите площадь сечения.

4. Движение точки происходит по закону $S(t) = t^2 + 4t + 2$ (путь измеряется в метрах, время — в секундах). Найдите, в какой момент времени скорость движения точки равна 8 м/с.

5. Упростите выражение $\frac{\cos 3\beta}{\cos\beta} - \frac{\sin 3\beta}{\sin\beta}$.

6. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{27 - 3^x}{x^2 - 4x + 4}}$.

7. Постройте график функции $y = \left|\sqrt{|x| - 2} - 3\right|$.

8. Найдите площадь поверхности правильного октаэдра, если расстояния между противолежащими вершинами равны $8\sqrt{3}$ см.

9. Решите уравнение $\sqrt{1 + \cos x} = \sin x$.

10. В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с меньшим основанием 6 см, боковой стороной 12 см и углом 120°. Через ребро AD и вершину C_1 призмы проведено сечение. Найдите объем цилиндра, вписанного в эту призму, если площадь сечения равна 144 см^2.

Вариант 132

1. Значением выражения $\log_3 4 - \log_3 12$ является число:

а) $\frac{1}{2}$; б) 1; в) –1; г) 2.

2. Выберите уравнение, не имеющее корней:

а) $\sqrt[5]{x-3} = -2$; в) $\sqrt[8]{x-7} = 0$;

б) $\sqrt[6]{x+5} = -1$; г) $\sqrt[9]{x+2} = 1$.

3. Площадь основания конуса равна 243π см^2. Плоскость, параллельная его основанию, делит высоту конуса в отношении 4 : 5, считая от вершины. Найдите площадь сечения.

4. Движение точки происходит по закону $S(t) = t^2 - 9t + 4$ (путь измеряется в метрах, время — в секундах). Найдите, в какой момент времени скорость движения точки равна 11 м/с.

5. Упростите выражение $\frac{\cos 6\beta}{\cos 2\beta} - \frac{\sin 6\beta}{\sin 2\beta}$.

6. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{32 - 2^x}{x^2 - 8x + 16}}$.

7. Постройте график функции $y = \left|\sqrt{|x| - 3} - 2\right|$.

8. Найдите площадь поверхности правильного октаэдра, если расстояния между противолежащими вершинами равны $4\sqrt{6}$ см.

9. Решите уравнение $\sqrt{1 + \sin x} = \cos x$.

10. В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит равнобедренная трапеция $ABCD$ с меньшим основанием 4 см, боковой стороной 8 см и углом 120°. Через ребро B_1C_1 и вершину A призмы проведено сечение. Найдите объем цилиндра, вписанного в эту призму, если площадь сечения равна 64 см^2.

Вариант 133

1. Сумма векторов $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$ равна:

а) $\overrightarrow{CA}$; б) $\overrightarrow{AC}$; в) $\overrightarrow{AD}$; г) $\overrightarrow{DA}$.

2. Выберите точки, через которые проходит график функции $y=x^{\frac{1}{3}}$:

а) $A(1;1)$; б) $B(27;3)$; в) $C(0{,}008;0{,}2)$; г) $D(3;1)$.

3. Решите неравенство $5^{2x+1}>\frac{1}{5^x}$.

4. Найдите производную сложной функции $f(x)=\sqrt{7-x^2}$.

5. Вычислите значение выражения $3^{\frac{\lg\lg 2}{\lg 3}}-\lg 20$.

6. Решите уравнение $\sin 3x-\sin x+2\cos^2 x=1$.

7. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны. Найдите расстояние между диагональю основания AC и медианой DN диагонального сечения SBD, если ребро пирамиды $6\sqrt{2}$ см.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases}3^{1+\log_3\left(x^2+y^2\right)}=15,\\ \log_3\left(x^2-y^2\right)=\log_3(x-y).\end{cases}$

9. Постройте график функции $y=\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$.

10. В усеченный конус вписан шар. Найдите отношение площади поверхности шара к площади боковой поверхности конуса, если образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 30°.

Вариант 134

1. Сумма векторов $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AB}$ равна:

а) $\overrightarrow{CA}$; б) $\overrightarrow{AC}$; в) $\overrightarrow{CB}$; г) $\overrightarrow{BC}$.

2. Выберите точки, через которые проходит график функции $y=x^{\frac{1}{4}}$:

а) $A(1;1)$; б) $B(16;2)$; в) $C\left(25;\sqrt{5}\right)$; г) $D(4;1)$.

3. Решите неравенство $7^{2x+3}<\dfrac{1}{7^x}$.

4. Найдите производную сложной функции $f(x)=\sqrt{5-x^2}$.

5. Вычислите значение выражения $5^{\frac{\lg\lg 3}{\lg 5}}-\lg 300$.

6. Решите уравнение $\cos x+\cos 3x+2\sin^2 x=1$.

7. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны. Найдите расстояние между диагональю основания AC и медианой DN диагонального сечения SBD, если ребро пирамиды $4\sqrt{2}$ см.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases}5^{1+\log_5\left(x^2-y^2\right)}=25,\\ \log_5\left(x^2-y^2\right)=\log_5(x+y).\end{cases}$

9. Постройте график функции $y=\dfrac{\sqrt{1-\sin^2 x}}{\sin x}$.

10. В усеченный конус вписан шар. Найдите отношение площади поверхности шара к площади боковой поверхности конуса, если образующая конуса наклонена к плоскости основания под углом 60°.

Вариант 135

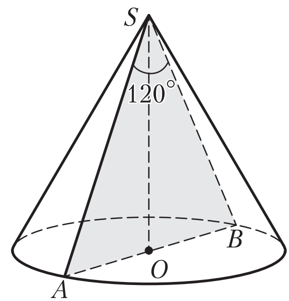
1. Выберите число, не принадлежащее множеству значений функции $y = \operatorname{arcctg} x$:

а) $\dfrac{3\pi}{8}$; б) $\dfrac{11\pi}{12}$; в) π; г) $0{,}1\pi$.

2. Высота конуса равна 3 см, угол при вершине осевого сечения 120°. Найдите площадь основания конуса:

а) $27\sqrt{3}\pi$ см^2; в) 27π см^2;

б) $9\sqrt{3}\pi$ см^2; г) 9π см^2.



3. Вычислите значение выражения $16^{-\frac{3}{4}}$.

4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\log_{0,2} x - 3}$.

5. Упростите выражение $\sin^3 3\alpha \cos 3\alpha - \cos^3 3\alpha \sin 3\alpha$.

6. Диагональ BE_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ образует с плоскостью основания угол 60°. Найдите объем описанного около призмы цилиндра, если $BE_1 = 8$ см.

7. Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = \dfrac{4}{x^2} - x^2$.

8. Решите неравенство $9^{x+\sqrt{2x-1}} - 5 \cdot 3^{x+\sqrt{2x-1}} \le 36$.

9. Решите систему уравнений $\begin{cases} (x+y)^2 + 3(x-y)^2 = 4, \\ x^2 + 2xy + 7y^2 = 7. \end{cases}$

10. В пирамиду, основанием которой является равнобедренная трапеция, вписана сфера. Найдите площадь сферы, если основания трапеции равны 25 и 9, а высоты боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны 15.

Вариант 136

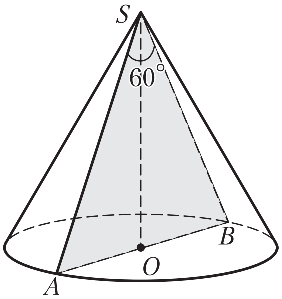
1. Выберите число, не принадлежащее множеству значений функции $y = \operatorname{arctg} x$:

а) $\frac{\pi}{7}$; б) $-\frac{2\pi}{5}$; в) $\frac{\pi}{2}$; г) 0.

2. Образующая конуса равна $6\sqrt{3}$ см, угол при вершине осевого сечения 60°. Найдите площадь основания конуса:

а) $27\sqrt{3}\pi$ см^2; в) 27π см^2;

б) $9\sqrt{3}\pi$ см^2; г) 9π см^2.



3. Вычислите значение выражения $81^{-\frac{3}{4}}$.

4. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\log_{0,3} x - 2}$.

5. Упростите выражение $\sin^3 5\alpha \cos 5\alpha - \cos^3 5\alpha \sin 5\alpha$.

6. Диагональ CF_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ образует с плоскостью основания угол 30°. Найдите объем описанного около призмы цилиндра, если $CF_1 = 12$ см.

7. Найдите промежутки монотонности функции $f(x) = -\frac{1}{x^2} + 2x^2$.

8. Решите неравенство $2 \cdot 4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}} \geq 12$.

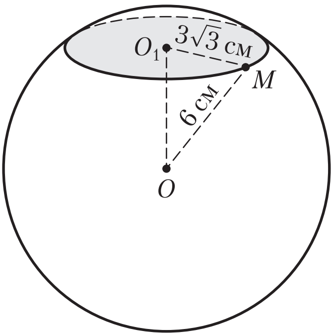
9. Решите систему уравнений $\begin{cases} (x-y)^2 + 3(x+y)^2 = 4, \\ x^2 + 5xy + 9y^2 = 9. \end{cases}$

10. В пирамиду, основанием которой является равнобедренная трапеция, вписана сфера. Найдите площадь сферы, если основания трапеции равны 18 и 8, а высоты боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны 12.

Вариант 137

1. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если радиус шара равен 6 см, а радиус сечения $3\sqrt{3}$ см:

а) 9 см; в) $\sqrt{63}$ см;
б) 63 см; г) 3 см.



2. Нулем функции $f(x)=\sqrt[4]{x-9}$ является число:
а) 0; б) 3; в) 9; г) 81.

3. Решите уравнение $2^{0,1x-3}=1$.

4. Вынесите множитель за знак корня в выражении $-\sqrt[6]{128a^7}$.

5. Вычислите $\operatorname{tg}2\alpha$, если $\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$ и $\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

6. В четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 6 см. Найдите объем пирамиды.

7. Найдите, под каким углом к оси абсцисс наклонена касательная, проведенная к графику функции $f(x)=5x^3-x+1$ в точке его пересечения с осью ординат.

8. Решите неравенство $\log_4 \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(2-x)\le\dfrac{1}{2}$.

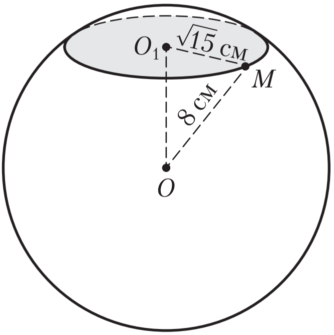
9. Сократите дробь $\dfrac{2x^4+x^3+4x^2+x+2}{2x^3-x^2+x-2}$.

10. В шар вписан конус, осевое сечение которого — остроугольный треугольник. Радиус шара, перпендикулярный плоскости основания конуса, делится этой плоскостью в отношении 3 : 2, считая от центра шара. Найдите площадь полной поверхности куба, вписанного в конус, если четыре вершины куба лежат в плоскости основания конуса, а четыре другие — на боковой поверхности конуса и радиус шара равен 5 см.

Вариант 138

1. Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если радиус шара равен 8 см, а радиус сечения $\sqrt{15}$ см:

а) 49 см; в) $\sqrt{79}$ см;
б) 7 см; г) 79 см.



2. Нулем функции $f(x)=\sqrt[4]{x-4}$ является число:
а) 0; б) 2; в) 16; г) 4.

3. Решите уравнение $3^{0,1x-2}=1$.

4. Вынесите множитель за знак корня в выражении $-\sqrt[4]{243m^7}$.

5. Вычислите $\operatorname{tg} 2\beta$, если $\sin\beta=-\dfrac{12}{13}$ и $\dfrac{3\pi}{2}<\beta<2\pi$.

6. В четырехугольной пирамиде $SABCD$ все ребра равны 4 см. Найдите объем пирамиды.

7. Найдите, под каким углом к оси абсцисс наклонена касательная, проведенная к графику функции $f(x)=2x^3-x-5$ в точке его пересечения с осью ординат.

8. Решите неравенство $\log_4 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(3-x)\le\dfrac{1}{2}$.

9. Сократите дробь $\dfrac{3x^4+x^3+6x^2+x+3}{3x^3-2x^2+2x-3}$.

10. В шар вписан конус, осевое сечение которого — остроугольный треугольник. Радиус шара, перпендикулярный плоскости основания конуса, делится этой плоскостью в отношении 3 : 2, считая от центра шара. Найдите площадь боковой поверхности куба, вписанного в конус, если четыре вершины куба лежат в плоскости основания конуса, а четыре другие — на боковой поверхности конуса и радиус шара равен 10 см.

Вариант 139

1. Выберите неравенство, не имеющее решений:
а) $\sin x \ge 1$; б) $\cos x < -2$; в) $\operatorname{tg} x > \sqrt{3}$; г) $\operatorname{ctg} x \le -1$.

2. Областью определения функции $y = \lg(-2x)$ является промежуток:
а) $(-\infty; -2)$; б) $(0; +\infty)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $(2; +\infty)$.

3. Найдите значение выражения $\operatorname{arcctg}\left(-\sqrt{3}\right) + \pi$.

4. Решите уравнение $\sqrt{x^2 - 3x} = \sqrt{x - 3}$.

5. Из вершины A к плоскости треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD длиной 16. Найдите расстояние от точки D до прямой BC, если стороны AB, CA и BC равны 13, 13 и 10 соответственно.

6. Решите неравенство $\left(0{,}2^{x^2-3x+2}\right)^{\frac{1}{5-x}} \le 1$.

7. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^4 - 4x + 5$.

8. Найдите площадь поверхности тела, образованного вращением равнобедренного треугольника с боковой стороной 12 и углом при вершине $120°$ вокруг прямой, содержащей боковую сторону треугольника.

9. Найдите значение выражения $\dfrac{\log_2 176}{\log_{22} 2} - \dfrac{\log_2 352}{\log_{11} 2}$.

10. В правильный октаэдр вписан шар. Найдите отношение объема шара к объему октаэдра.

Вариант 140

1. Выберите неравенство, не имеющее решений:

а) $\sin x < -3$; б) $\cos x \geq 1$; в) $\operatorname{tg} x < 1$; г) $\operatorname{ctg} x > \frac{\sqrt{3}}{3}$.

2. Областью определения функции $y = \lg(-3x)$ является промежуток:

а) $(-\infty;3)$; б) $(-\infty;0)$; в) $(-3;+\infty)$; г) $(0;+\infty)$.

3. Найдите значение выражения $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{\pi}{2}$.

4. Решите уравнение $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{x-2}$.

5. Из вершины A к плоскости треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD длиной 15. Найдите расстояние от точки D до прямой BC, если стороны AB, CA и BC равны 10, 10 и 12 соответственно.

6. Решите неравенство $\left(0,4^{\frac{1}{x^2-2x-3}}\right)^{6-x} \geq 1$.

7. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=2x^4-x+2$.

8. Найдите площадь поверхности тела, образованного вращением равнобедренного треугольника с боковой стороной 8 и углом при вершине 120° вокруг прямой, содержащей боковую сторону треугольника.

9. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 153}{\log_{51} 3}-\frac{\log_3 459}{\log_{17} 3}$.

10. В правильный октаэдр вписана сфера. Найдите отношение площади сферы к площади полной поверхности октаэдра.

Содержание

Учебное издание

СБОРНИК ЗАДАНИЙ ДЛЯ ВЫПУСКНОГО ЭКЗАМЕНА ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА» за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования

Составители:
Беняш-Кривец Валерий Вацлавович
Адамович Тамара Антоновна
Арефьева Ирина Глебовна и др.

Ответственный за выпуск *Д. Л. Дембовский*

Научно-методическое учреждение «Национальный институт образования» Министерства образования Республики Беларусь.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/263 от 02.04.2014.
Ул. Короля, 16, 220004, г. Минск.

Общество с дополнительной ответственностью «Аверсэв».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/15 от 02.08.2013.
Ул. Н. Олешева, 1, офис 309, 220090, г. Минск.
E-mail: info@aversev.by; www.aversev.by
Контактные телефоны: (017) 378-00-00, 379-00-00.
Для писем: а/я 3, 220090, г. Минск.