

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ по составлению и оцениванию итоговой работы по учебному предмету «Математика»

Итоговый контроль проводится с целью проверки соответствия результатов учебной деятельности каждого учащегося основным требованиям к результатам учебной деятельности учащихся, предъявляемым в учебных программах по учебному предмету «Математика» для X–XI классов.

Итоговый контроль осуществляется посредством контрольной работы в письменной форме. Итоговая контрольная работа проводится по завершении освоения содержания учебного предмета «Математика» в XI классе (базовый и повышенный уровни) за счет часов, отведенных на повторение изученного учебного материала.

В содержание итоговой контрольной работы должны быть включены задания алгебраического и геометрического компонентов, которые структурируются в логике, соответствующей действующим учебным программам.

Примеры текстов итоговой контрольной работы:

для учащихся, изучавших учебный предмета «Математика» на базовом уровне приведены в приложении 1;

для учащихся, изучавших учебный предмет «Математика» на повышенном уровне приведены в приложении 2.

Обращаем внимание, что задания для итоговой контрольной работы для учащихся, осваивающих содержание образовательной программы среднего образования, могут быть взяты из Зборника заданьяў для выпускнога экзамену па вучэбным прадмеце «Матэматыка» за перыяд навучання і выхавання на III ступені агульнай сярэдняй адукацыі. Выдавецтва «Нацыянальны інстытут адукацыі», 2022 год выдання; из Сборника заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на III ступени общего среднего образования. Издательство «Национальный институт образования», 2022 год издания.

Итоговая контрольная работа может включать пять заданий, соответствующих пяти уровням учебной деятельности. На выполнение работы, состоящей из пяти заданий, отводится 45 минут.

Итоговая работа может включать десять заданий, по два задания, соответствующих каждому уровню учебной деятельности. На выполнение работы, состоящей из десяти заданий, отводится 90 минут.

Обращаем внимание, что в соответствии с пунктом 65 главы 7 Специфических санитарно-эпидемиологических требований к

содержанию и эксплуатации учреждений образования, утвержденных постановлением Совета Министров Республики Беларусь от 7 августа 2019 г. № 525, допускается объединение учебных занятий по одному учебному предмету для проведения контрольной работы.

Оценка результатов учебной деятельности учащихся по учебному предмету «**Математика**» при контроле осуществляется в соответствии с нормами оценки результатов учебной деятельности учащихся, которые определены в **приложении 10** к Правилам проведения аттестации учащихся при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования, утвержденным постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 11.07.2022 №184, а также примечаниями к ним, определенными Методическими указаниями по организации контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам при освоении содержания образовательных программ общего среднего образования, применению норм оценки результатов учебной деятельности учащихся по учебным предметам, утвержденными заместителем Министра образования Республики Беларусь от 15.09.2022 (22. Контроль результатов учебной деятельности учащихся по учебному предмету «Математика»).

Отметки за выполнение итоговой контрольной работы выставляются с применением следующих шкал:

шкалы, определяющей максимальное количество баллов за каждое задание согласно таблицам 1 и 3;

шкалы перевода суммарного количества баллов, полученных учащимся за выполнение соответствующей работы, в отметки в баллах по десятибалльной шкале согласно таблице 2, таблице 4.

Таблица 1

Шкала, определяющая максимальное количество баллов за выполнение заданий тематической самостоятельной или контрольной работы, содержащей 5 заданий

№ п/п	Номер задания	Максимальное количество баллов за выполнение задания
1.	1	2
2.	2	4
3.	3	6
4.	4	8
5.	5	10
		Суммарный максимальный балл за выполнение всех заданий – 30

Таблица 2

Шкала перевода суммарного количества баллов, полученных учащимся за выполнение тематической самостоятельной или контрольной работы, содержащей 5 заданий, в отметку в баллах по десятибалльной шкале

№ п/п	Количество баллов, полученных учащимся	Отметка в баллах по десятибалльной шкале
1.	1	1 (один)
2.	2	2 (два)
3.	3-5	3 (три)
4.	6-8	4 (четыре)
5.	9-11	5 (пять)
6.	12-14	6 (шесть)
7.	15-18	7 (семь)
8.	19-23	8 (восемь)
9.	24-28	9 (девять)
10.	29-30	10 (десять)

Таблица 3

Шкала, определяющая максимальное количество баллов за выполнение заданий тематической самостоятельной или контрольной работы, содержащей 10 заданий

№ п/п	Номер задания	Максимальное количество баллов за выполнение задания
1.	1	1
2.	2	2
3.	3	3
4.	4	4
5.	5	5
6.	6	6
7.	7	7
8.	8	8
9.	9	9
10.	10	10
		Суммарный максимальный балл за выполнение всех заданий – 55

Таблица 4

Шкала перевода суммарного количества баллов, полученных учащимся за выполнение тематической самостоятельной или контрольной

работы, содержащей 10 заданий, в отметку в баллах по десятибалльной шкале

№ п/п	Количество баллов, полученных учащимся	Отметка в баллах по десятибалльной шкале
1.	1	1 (один)
2.	2–4	2 (два)
3.	5–7	3 (три)
4.	8–12	4 (четыре)
5.	13–18	5 (пять)
6.	19–25	6 (шесть)
7.	26–33	7 (семь)
8.	34–42	8 (восемь)
9.	43–52	9 (девять)
10.	53–55	10 (десять)

Требования к проверке итоговой контрольной работы учащихся устанавливаются Методическими рекомендациями по формированию культуры устного и письменного мышления в учреждениях образования, які реалізують адукаційныя праграмы агульнай сярэдняй адукацыі, утвержденными заместителем Министра образования Республики Беларусь от 21.08.2023.

Обращаем внимание, что объем и сроки проведения итоговой контрольной работы определяются учителем.

Приложение 1

Примеры текстов итоговой контрольной работы для учащихся, изучавших учебный предмет «Математика» на базовом уровне.

Работы №1 - №13 представлены в одном варианте и включают пять заданий по одному заданию, соответствующему каждому уровню учебной деятельности.

Работы №14 - №16 представлены в двух вариантах и включают пять заданий по одному заданию, соответствующему каждому уровню учебной деятельности.

Итоговая контрольная работа № 1

Вариант 1.

1. Укажите функции, убывающие на области определения:

а) $y = 5^x$; б) $y = \sqrt{x}$; в) $y = \log_{0,7}x$; г) $y = -3x + 4$.

2. Укажите количество натуральных решений неравенства $2^x - 2^{x-4} < 15$.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 10 см и образует с основанием угол, синус которого равен $\frac{3}{5}$. Найдите объем цилиндра.

4. Определите количество корней уравнения $\cos^2x - \cos 2x = \sin x$, удовлетворяющих условию $10^\circ < x < 200^\circ$.

5. В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник с углом при вершине 90° и большей стороной 8 см, все двугранные углы при ребрах основания равны по 30° . Найдите высоту и площадь полной поверхности пирамиды.

Итоговая контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Найдите радиус сферы, площадь поверхности которой равна 100π см²:

а) 10 см; б) 25 см; в) 5 см; г) 2,5 см.

2. Укажите наибольшее целое решение неравенства $3^x < 7$.

3. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC , у которого $\angle C = 90^\circ$, а гипотенуза равна $6\sqrt{3}$ см. Через сторону AB и вершину C_1 проведено сечение. Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания, если длина бокового ребра призмы равна 3 см.

4. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_3 x + 2 \log_3 y = 3, \\ 2 \log_3 x - \log_3 y = 6 \end{cases}$ и найдите значение выражения $x + y$, где $(x; y)$ - решения системы.

5. Упростите выражение $\left(a^{\frac{1}{3}} + b + \frac{4b^2 - a^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a-b}} \right) : \left(\frac{a^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2 - b^2}} - \frac{2}{\sqrt[3]{a+b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{a-b}} \right)$.

Итоговая контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Используя рисунок, определите точку пересечения прямой HM с плоскостью ABC :

а) M ; б) K ; в) D ; г) H .

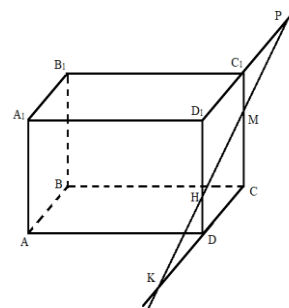
2. Решите уравнение $\log_{0,1}(x^2 - 8) - \log_{0,1} 2x = 0$.

3. Прямоугольник со сторонами 1 см и $\sqrt{\frac{17}{\pi}}$ см вращается

вокруг меньшей стороны. Найти объем полученного тела вращения.

4. Решить неравенство $\log_6 \frac{7-2x}{x+4} < 0$.

5. Решите уравнение $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0$.



Итоговая контрольная работа № 4

Вариант 1

1. Укажите функции, графики которых проходят через точку $(0;1)$:

а) $y = \cos x$; б) $y = \log_2 x$; в) $y = 5^x$; г) $y = \sqrt[3]{x}$.

2. Решите уравнение $\log_5(x - 1) = \log_5(x^2 + 2x - 7)$.

3. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 13 см и образует с основанием цилиндра угол, косинус которого равен $\frac{12}{13}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

4. Укажите наименьшее натуральное решение неравенства $25^x - 5^{x+1} + 4 \geq 0$.

5. Объем треугольной пирамиды, у которой все ребра равны, равен b . Найдите ребро пирамиды.

Итоговая контрольная работа № 5

Вариант 1

1. На рисунке изображён куб $MNKPM_1N_1K_1P_1$.

Четырёхугольник NN_1P_1P является:

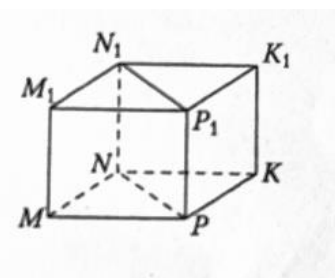
а) квадратом; б) ромбом с острым углом при вершине P ;
в) трапецией; г) прямоугольником ($NP \neq PP_1$).

2. Найдите значение выражения: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} + 5^{\log_5 6}$.

3. Укажите количество натуральных решений неравенства $3^{x+1} + 3^x \leq 36$.

4. Решите уравнение $\sqrt[4]{x^4 + x^2 + 2x - 3} = x$.

5. Через образующую цилиндра проведены две такие взаимно перпендикулярные плоскости, что площади полученных сечений равны $3\sqrt{2}$ см² каждая. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.



Итоговая контрольная работа № 6

Вариант 1

1. Укажите функции, возрастающие на области определения:

а) $y = 0,5^x$; в) $y = \sqrt{x}$; б) $y = -3x + 2$; г) $y = \log_2 x$.

2. Найдите значение выражения $\log_3 5 - \frac{\log_2 15}{\log_2 3}$.

3. Найдите площадь полной поверхности конуса, у которого угол при основании осевого сечения равен 60° , а образующая равна 12 м.

4. Решите неравенство $16^x \leq 0,5 \cdot 8^{2x+3}$ и укажите наименьшее целое решение неравенства.

5. Найдите объем треугольной пирамиды, у которой все ребра равны b .

Итоговая контрольная работа №7

Вариант 1

1. Определите верное равенство:

а) $\arcsin 1 = -\frac{3\pi}{2}$; б) $\arcsin 1 = \pi$; в) $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$; г) $\arcsin 1 = 0$.

2. Найдите площадь боковой поверхности конуса, осевым сечением которого является треугольник со сторонами 7 см, 7 см и 6 см.

3. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{6}}(4x - 7) > \log_{\frac{1}{6}}(x + 2)$ и укажите количество целых решений неравенства.

4. Решите уравнение $\sqrt[4]{x+3} + 20 = \sqrt{x+3}$.

5. В основании пирамиды лежит равнобедренная трапеция с основаниями 6 и 8. Все боковые грани пирамиды наклонены к её основанию под углом 30° . Вычислите объем V пирамиды. В ответе запишите значение $\sqrt{3}V$.

Итоговая контрольная работа №8

Вариант 1

1. Укажите номера выражений, которые не имеют смысла при $x = -3$.

1) $\sqrt[4]{x+3}$; 2) $\log_3(x+3)$; 3) $\frac{-x+3}{\sqrt[3]{x+3}}$; 4) $\operatorname{tg}(x+3)$; 5) $\cos x$.

2. Основанием пирамиды является четырёхугольник, площадь которого равна $2\sqrt{5} \text{ см}^2$. Одно из боковых рёбер перпендикулярно плоскости основания и равно $\sqrt{5}$ см. Найдите объем пирамиды. В ответе запишите значение $3 \cdot V$.

3. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin^2 x - 8\sin x + 7 = 0$. Ответ запишите в градусах.

4. Найдите площадь полной поверхности конуса, у которого угол при вершине осевого сечения равен 60° , а образующая равна 4 см. В ответ запишите значение полной поверхности, уменьшенное в π раз.

5. Найдите сумму квадратов корней уравнения $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x + 9} = 3$.

Итоговая контрольная работа №9

Вариант 1

- Если у пирамиды 10 вершин, то её основанием является:
 - десятиугольник;
 - девятиугольник;
 - пятиугольник;
 - четырёхугольник.
- Упростите выражение $(2h^{0,8})^3 + 2h^{2,4}$
- Длина ребра куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна $5\sqrt{2}$. Найдите значение выражения $\sqrt{3}S$, где S – площадь сечения этого куба плоскостью, проходящей через точки C, B_1, D_1 .
- Найдите произведение (корень, если он единственный) уравнения $\log_3(3x) \cdot \log_3\left(\frac{1}{3}x\right) = 3$.
- Найдите сумму наименьшего положительного и наименьшего отрицательного решений неравенства $(5 + \sqrt{5})^{\frac{11-10x}{x}} \leq (5 - \sqrt{5})^{-x}$.

Итоговая контрольная работа №10

Вариант 1

- Выберите верные равенства:
 - $\arccos(-\alpha) = \pi - \arccos \alpha$;
 - $\arcsin(-\alpha) = \pi - \arcsin \alpha$;
 - $\operatorname{arctg}(-\alpha) = \pi - \operatorname{arctg} \alpha$;
 - $\operatorname{arctg}(-\alpha) = \pi - \operatorname{arctg} \alpha$.
- Найдите длину C большой окружности шара, объём которого равен $36\pi \text{ см}^3$.
В ответ запишите значение $\frac{C}{\pi}$.
- Найдите сумму целых решений неравенства $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2x-14}{x-12} \geq 0$.
- Найдите наименьший из возможных углов, образованных с положительным направлением оси абсцисс касательной к графику функции $f(x) = \frac{16}{3}x^3 - 4x^2 + 2x - 6$.
- В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 5, 5 и 8, все боковые рёбра наклонены к основанию под углом $\arccos \frac{1}{3}$. Найдите объём пирамиды. В ответ запишите значение $3\sqrt{2} \cdot V$.

Итоговая контрольная работа №11

Вариант 1

- Укажите равенства, которые являются верными:
 - $6^{\frac{2}{7}} = \sqrt{6^7}$;
 - $6^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{6^2}$;
 - $\log_3 9 = 2$;
 - $\log_3 9 = -2$.
- Найдите площадь боковой поверхности конуса, если радиус основания конуса равен 8 см, а образующая в 2 раза меньше радиуса основания.

3. Найдите сумму корней (корень, если он единственный) уравнения $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

4. Найдите наименьшее целое значение из области определения функции

$$y = \sqrt[4]{9^x - 3^x - 6}.$$

5. Шар касается сторон треугольника ABC , у которого $AB=14$, $AC=9$, $BC=13$. Расстояние от центра O шара до плоскости ABC равно $\sqrt{6}$. Найдите площадь S поверхности шара. В ответ запишите значение выражения $\frac{S}{4\pi}$.

Итоговая контрольная работа №12

Вариант 1

1. Осевым сечением цилиндра является:

а) треугольник; б) квадрат; в) прямоугольник; г) круг.

2. Найдите нули функции $y = 7^{2x+3} - 49$.

3. Найдите значение выражения $48 \cdot (\sin 52^\circ \cos 82^\circ - \sin 82^\circ \cos 52^\circ)$.

4. Площадь основания правильной четырёхугольной призмы равна 8 см^2 , а диагональ призмы составляет с плоскостью боковой грани угол 30° . Найдите объём призмы.

5. Найдите сумму целых решений неравенства $\sqrt{3^{x^2-2x-21}} \leq \sqrt{28-6\sqrt{3}} + 1$.

Выніковая кантрольная работа №13

Варыант 1

1. Выберыце правільную роўнасць:

а) $\log_4 64 = 8$; б) $\log_4 64 = 3$; в) $\log_4 64 = 16$; г) $\log_4 64 = 4$.

2. Рашыце няроўнасць $2 \cdot 4^x \leq 0,25$.

3. Знайдзіце аб'ём прамавугольнага паралелепіпеда, стораны асновы якога роўныя 1 см і 3 см , а плошча бакавой паверхні роўная 32 см^2 .

4. Знайдзіце ўсе карані ўраўнення $\log_3(3-x) + \log_3(4-x) = 1 + 2 \log_3 2$.

5. Знайдзіце плошчу сячэння цыліндра плоскасцю, якая паралельная яго восі і праходзіць на адлегласці 3 ад яе, калі плошча поўнай паверхні цыліндра роўная 250π , а плошча бакавой паверхні 200π .

Итоговая контрольная работа №14

Вариант 1

1. Укажите равенства, которые являются верными:

а) $8^{\frac{1}{2}} = 64$; б) $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$; в) $(-1)^{\frac{1}{4}} = -1$; г) $\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{2}$.

2. Найдите площадь осевого сечения цилиндра, длина окружности основания которого равна 4π см, а образующая 5 см.
3. Решите уравнение $25^x - 24 \cdot 5^x - 25 = 0$.
4. Найдите сумму всех целых решений неравенства $\log_2(x + 1) + \log_2(x - 3) \leq 5$.
5. Двугранные углы при ребрах основания правильной четырехугольной пирамиды равны по 60° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если ее объем равен $36\sqrt{3}$.

Вариант 2

1. Укажите равенства, которые являются верными:
 - а) $25^{\frac{1}{2}} = 5$; б) $32^{\frac{1}{5}} = 2$; в) $1^{\frac{1}{4}} = \pm 1$; г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{27}$.
2. Найдите длину окружности основания цилиндра, площадь осевого сечения которого равна $12\sqrt{3}$ см, а образующая 6 см.
3. Решите уравнение $9^x + 80 \cdot 3^x - 81 = 0$.
4. Найдите сумму всех целых решений неравенства $\log_{\sqrt{5}} x + \log_{\sqrt{5}}(x + 4) \leq 2$.
5. Угол между боковым ребром и основанием правильной треугольной пирамиды равен $\arctg 2$. Найдите площадь основания пирамиды, если ее объем равен $30\frac{2}{3}$.

Итоговая контрольная работа №15

Вариант 1

1. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник со стороной 6 см, тогда радиус основания конуса равен:
 - А) 6 см; б) $3\sqrt{3}$ см; в) 3 см; г) 12 см.
2. Найдите значение выражения $7^{-\frac{1}{3}} : 49^{-\frac{2}{3}}$.
3. Высота правильной треугольной пирамиды равна 4 см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол 60° . Найдите значение выражения $\sqrt{3}V$, где V – объём пирамиды.
4. Найдите сумму всех целых отрицательных решений неравенства $6^{\frac{x+5}{x^2-9}} \geq 1$.
5. Найдите произведение корней уравнения $x^{\lg x} = 10000x^2$.

Вариант 2

1. Осевым сечением конуса является равносторонний треугольник со стороной 8 см, тогда радиус основания конуса равен:
 - а) $4\sqrt{3}$ см; б) 8 см; в) 16 см; г) 4 см.
2. Найдите значение выражения $5^{-\frac{1}{7}} : 25^{-\frac{4}{7}}$.

3. Высота правильной треугольной пирамиды равна 3 см, а боковая грань образует с основанием пирамиды угол 45° . Найдите значение выражения $\sqrt{3}V$, где V – объём пирамиды.

4. Найдите произведение наибольшего отрицательного и наибольшего положительного решений неравенства $5^{\frac{x^2-4}{x-1}} \leq 1$.

5. Найдите произведение корней уравнения $x^{\lg x} = 1000000x^4$.

Итоговая контрольная работа №16

Вариант 1

№1. К каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент второго столбца

А	Сечением шара плоскостью является :	1) равнобедренный треугольник; 2) прямоугольник; 3) круг; 4) трапеция; 5) сектор круга; 6) окружность.
Б	Развёрткой боковой поверхности цилиндра является:	
В	Осевым сечением любого конуса является:	
Г	Сечением цилиндра плоскостью, параллельной его оси, является	

Ответ запишите в виде последовательности букв и цифр, например: А1Б3В1Г3

№2 Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} = 9$.

№3. Найдите значение выражения $\frac{2 \lg 2 - \lg 12}{\lg 18 + \lg 0,5}$.

№4. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 6 см, а двугранный угол при ребре основания равен 45° . Найдите объём пирамиды.

№5. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{7}{\sqrt{250 \cdot 5^{3-x} - 2 \cdot 5^{x-3}}}$.

Вариант 2

№1. К каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент второго столбца

А	Сечением сферы плоскостью является :	1) равнобедренный треугольник; 2) прямоугольник; 3) круг; 4) сектор круга; 5) окружность; 6) трапеция
Б	Осевым сечением любого цилиндра является:	
В	Развёрткой боковой поверхности конуса является:	
Г	Сечением конуса плоскостью, проходящей через его вершину и хорду	

основания , является

Ответ запишите в виде последовательности букв и цифр, например:
А1Б3В1Г3

№2. Решите уравнение $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} = 25$.

№3. Найдите значение выражения $\frac{3 \lg 4 + \lg 0,5}{\lg 7 - \lg 14}$.

№4. Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 12 см, а двугранный угол при ребре основания равен 60° . Найдите объём пирамиды.

№5. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{5}{\sqrt{3 \cdot 7^x - 147 \cdot 7^{5-x}}}$.

Приложение 2

Примеры текстов итоговой контрольной работы для учащихся, изучавших учебный предмет «Математика» на повышенном уровне.

Работы №1 и №2 представлены в одном варианте и включают десять заданий по два задания, соответствующих каждому уровню учебной деятельности.

Работы №3 и №4 представлены в одном варианте и включают пять заданий по одному заданию, соответствующему каждому уровню учебной деятельности.

Работы №5 - №13 представлены в двух вариантах и включают пять заданий по одному заданию, соответствующему каждому уровню учебной деятельности.

Итоговая контрольная работа № 1**Вариант 1**

1. Укажите верное равенство:

а) $4^{\log_4 8} = 4$; б) $4^{\log_4 8} = 2$; в) $4^{\log_4 8} = 8$; г) $4^{\log_4 8} = 64$.

2. Укажите, какое геометрическое тело получится при вращении прямоугольного треугольника около одного из катетов:

а) цилиндр; б) конус; в) сфера; г) пирамида.

3. Решите неравенство $\lg(x - 1) \leq 2$.

4. Решите уравнение $9^{2x+1} = 2 - 17 \cdot 9^x$.

5. Сравните значения выражений $\log_2 9 \cdot \log_3 4$ и $\frac{\lg \frac{1}{16\sqrt{2}}}{\lg \sin \frac{\pi}{6}}$.

6. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда 5 см и 6 см, а диагональ параллелепипеда равна $\sqrt{65}$ см. Найдите высоту параллелепипеда и синус угла наклона диагонали параллелепипеда к плоскости основания.

7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 2x = 4 - 4y, \\ 2 \log_2(1 - x) = 1 - \log_2(2y). \end{cases}$

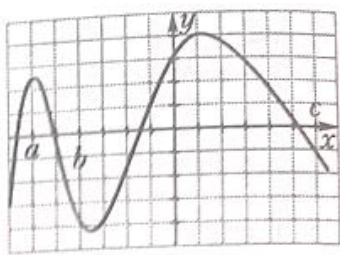
8. Решите уравнение $x^2 \cdot 6^{-x} + 6^{\sqrt{x}+2} = x^2 \cdot 6^{\sqrt{x}} + 6^{2-x}$.

9. Найдите область определения функции $y = \log_{\sqrt{2}}(5 - x^2) + \frac{\cos \frac{x}{2}}{\log_2|x|}$ и докажите, что данная функция является четной.

10. В правильную четырехугольную пирамиду вписан конус. Найдите объем конуса, если объем пирамиды равен $\frac{288}{\pi}$ см³.

Итоговая контрольная работа № 2**Вариант 1**

1. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. С помощью графика расположите в порядке возрастания значения $f(a), f(b), f(0), f(c)$:



- а) $f(a), f(b), f(0), f(c)$; б) $f(c), f(0), f(b), f(a)$;
 в) $f(c), f(b), f(a), f(0)$; г) $f(b), f(c), f(a), f(0)$.

2. Высота пирамиды равна 7 см, а её основанием является прямоугольный треугольник с катетами 2 см и 5 см. Объем пирамиды равен:

- а) $23\frac{1}{3}\text{ см}^3$; б) 70 см^3 ; в) $11\frac{2}{3}\text{ см}^3$; г) $8\frac{1}{6}\text{ см}^3$.

3. Найдите значение выражения $\text{arcctg}(-\sqrt{3}) + \pi$.

4. Вынесите множитель из-под знака корня в выражении $-\sqrt[6]{128a^7}$.

5. Напишите уравнение касательной к параболе $y = x^2 - 2x - 8$ в точке с ординатой $y_0 = -9$.

6. Угол между диагоналями основания прямоугольного параллелепипеда равен 30° . Диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол 60° . Найдите высоту параллелепипеда, если его объем равен $2\sqrt{3}$.

7. Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{(x^2 - 3x + 2) \cdot \lg(3 - x)}$.

8. Решите неравенство $9^{x+\sqrt{2x-1}} - 5 \cdot 3^{x+\sqrt{2x-1}} \leq 36$.

9. Решите уравнение $\log_3(-\cos x) - \log_9 \sin x + \frac{1}{4} = -\log_9 2$.

10. Куб, шар и цилиндр, осевым сечением которого является квадрат, имеют равные площади полных поверхностей. Определите, какая из данных фигур имеет наибольший объем.

Итоговая контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Разверткой боковой поверхности конуса является сектор радиуса 4 см, центральный угол которого равен 120° . Найдите площадь боковой поверхности конуса:

- а) $4\pi\text{ см}^2$; б) $\frac{16\pi}{3}\text{ см}^2$; в) б) $\frac{32\pi}{3}\text{ см}^2$; г) б) $\frac{8\pi}{3}\text{ см}^2$;

2. Найдите наименьшее целое решение неравенства $7^{12x} < 7^{3x^3}$.

3. Все боковые ребра треугольной пирамиды равны, а основанием является прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите объем пирамиды, если длина бокового ребра пирамиды равна $\sqrt{29}$ см.

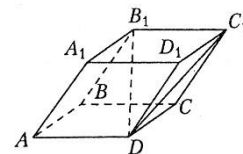
4. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 2x = 4 - 4y, \\ 2 \log_2(1 - x) = 1 - \log_2(2y). \end{cases}$

5. Определите углы треугольника, образованного осями координат и касательной к графику функции $f(x) = x^2 - \sqrt{3}x - 2$ в точке пересечения этого графика с осью Oy .

Итоговая контрольная работа № 4

Вариант 1

1. На рисунке изображён параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Углом между диагональю параллелепипеда и боковым ребром является:



а) $\angle BB_1D$; б) $\angle C_1DD_1$; в) $\angle B_1DB$; г) $\angle B_1DC_1$.

2. Решите неравенство $15^{8-5x} \geq \sqrt{15}$ и укажите его наибольшее целое решение.

3. Найдите площадь полной поверхности цилиндра, если диагональ его осевого сечения, равная 8 см, составляет с образующей цилиндра угол 30° .

4. Найдите точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.

5. Решите уравнение $(x - 3)^2 + 3x - 22 = \sqrt{x^2 - 3x + 7}$.

Итоговая контрольная работа № 5

Вариант 1

1. Значение выражения $16^{-\frac{3}{4}} + 6^{-\frac{1}{3}} : 36^{-\frac{2}{3}}$ равно:

а) $1\frac{1}{8}$; б) $\frac{7}{48}$; в) $6\frac{1}{8}$; г) $\frac{3}{4}$.

2. Площадь основания металлического цилиндра равна 10 см^2 . Цилиндр переплавили в конус, высота которого в 5 раз больше высоты цилиндра. Найдите площадь основания конуса.

3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 3 > 0$.

4. В правильной четырехугольной пирамиде плоский угол при вершине равен $2\arctg\frac{8}{9}$, а диагональ основания равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды и её объём.

5. Решите уравнение $\log_{3x+7}(4x^2 + 12x + 9) + \log_{2x+3}(6x^2 + 23x + 21) = 4$.

Вариант 2

1. Значение выражения $81^{-\frac{3}{4}} + 5^{-\frac{1}{3}} : 25^{-\frac{2}{3}}$ равно:

а) $3\frac{1}{27}$; б) $5\frac{1}{27}$; в) $\frac{6}{54}$; г) 8.

2. Площадь основания металлического цилиндра равна 2 см^2 . Цилиндр переплавили в конус, высота которого в 7 раз меньше высоты цилиндра. Найдите площадь основания конуса.

2. Диагональ куба равна $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь поверхности куба.
3. Решите уравнение $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$.
4. Сторона ромба равна 20 см. Сфера, радиус которой 17 см, касается всех сторон ромба. Расстояние от центра сферы до плоскости ромба равно 15 см. Найдите площадь ромба.
5. Решите неравенство $\log_x |x^2 - 1| < 0$.

Вариант 2

1. Укажите значение x , при которых неравенство $0,3^x < 1$ неверно:
а) 1 б) 100 в) -3 г) -0,5
2. Диагональ куба равна $3\sqrt{3}$ см. Найдите площадь поверхности куба.
3. Решите уравнение $5 \cdot 3^{2x} + 2 \cdot 15^x - 3 \cdot 5^{2x} = 0$.
4. Сфера касается всех сторон ромба, диагонали которого 15 см и 20 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости ромба, если радиус сферы равен 10 см.
5. Решите неравенство $\log_x |x^2 - 1| > 0$.

Итоговая контрольная работа № 8

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, площадь которого 16 см^2 . Площадь боковой поверхности цилиндра равна:
а) $16\pi \text{ см}^2$; б) $8\pi \text{ см}^2$; в) $32\pi \text{ см}^2$; г) $64\pi \text{ см}^2$.
2. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ в точке, абсцисса которой равна -1.
3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Диагональ BD_1 равна 6 см и составляет с боковой гранью $DD_1 C_1 C$ угол $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$, $AA_1 = \sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
4. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^{\frac{x+y}{4}} + 2^{\frac{x+y}{2}} = 6, \\ 2^x + 2^y = 17. \end{cases}$
5. Найдите все корни уравнения $\log_{\cos x} (\cos 2x + 3 \cos x) = 0$.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат площадью 36 см^2 . Площадь боковой поверхности цилиндра равна:
а) $18\pi \text{ см}^2$; б) $12\pi \text{ см}^2$; в) $72\pi \text{ см}^2$; г) $36\pi \text{ см}^2$.
2. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ в точке, абсцисса которой равна 1.

3. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Диагональ $B_1 D$ равна 20 см и составляет с боковой гранью $AA_1 B_1 B$ угол $\arcsin \frac{1}{2}$, $AA_1 = 8\sqrt{3}$ см. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.

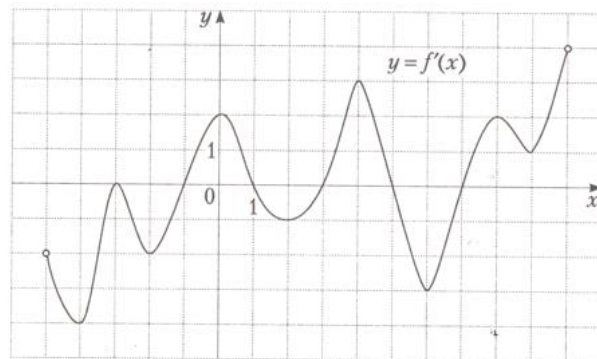
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^{\frac{x-y}{2}} + 3^{x-y} = 12; \\ 3^x + 3^{-y} = 10. \end{cases}$$

5. Найдите все корни уравнения $\log_{\sin x}(3 \sin x - \cos 2x) = 0$.

Итоговая контрольная работа №9

Вариант 1

1. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 10)$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точки максимума функции $y = f(x)$.



2. Найдите сумму чисел, принадлежащих промежутку $[-30; -22]$ и являющихся периодами функции $f(x) = 19 - \cos^2\left(\frac{\pi}{10} - \frac{\pi x}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{10} - \frac{\pi x}{4}\right)$.

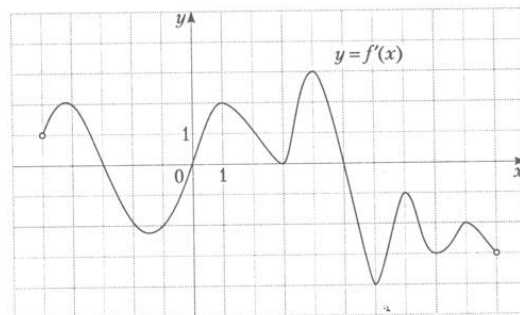
3. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 5\cos 2x$ и $g(x) = 6\sin x + 1$.

4. Решите неравенство $\log_5^2(2x + 3) + 2\log_5^2 x \leq 3\log_5(2x + 3) \cdot \log_5 x$.

5. Основание пирамиды – равнобокая трапеция с острым углом 60° . Диагональ трапеции равна $4\sqrt{3}$ см и перпендикулярна её боковой стороне. Все боковые рёбра пирамиды равны. Найдите отношение объёмов пирамиды и конуса, описанного около пирамиды.

Вариант 2

1. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-5; 10)$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точки максимума функции $y = f(x)$.



2. Найдите сумму чисел, принадлежащих промежутку $[-35; -19]$ и являющихся периодами функции $f(x) = 11 - \cos^2\left(\frac{\pi}{7} - \frac{\pi x}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{7} - \frac{\pi x}{8}\right)$.

3. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 3\cos 2x$ и $g(x) = 8\cos x - 5$.

4. Решите неравенство $\log_3^2(5x + 6) + 2\log_3^2 x \leq 3\log_3(5x + 6) \cdot \log_3 x$.

5. Основание пирамиды – равнобокая трапеция с большим основанием 16 см. Диагональ трапеции перпендикулярна боковой стороне и образует с данным основанием угол 30° . Все боковые рёбра пирамиды равны. Найдите отношение объёмов пирамиды и конуса, описанного около пирамиды.

Итоговая контрольная работа №10

Вариант 1

- Осевым сечением цилиндра с радиусом основания 4 является квадрат. Найдите площадь этого осевого сечения.
- Решите уравнение $3^x - 3^{2-x} = 8$.
- Решите неравенство $5^{\log_5(4-9x)} \leq 7$.
- Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $f(x) = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ на отрезке $[-5; -1]$.
- В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар. Определите площадь поверхности шара, если расстояние от центра шара до вершины пирамиды равно 3, а расстояние до бокового ребра равно 1.

Вариант 2

- Осевым сечением цилиндра с радиусом основания 3 является квадрат. Найдите площадь этого осевого сечения
- Решите уравнение $2^x - 2^{3-x} = 7$.
- Решите неравенство $3^{\log_3(2-7x)} \leq 8$.
- Найдите сумму наибольшего и наименьшего значений функции $f(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$ на отрезке $[1; 6]$.
- В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар. Определите площадь поверхности шара, если расстояние от центра шара до вершины пирамиды равно 6, а расстояние до бокового ребра равно 2.

Итоговая контрольная работа №11

Вариант 1

- Производная функции $f(x) = \frac{x^2}{2} + 3$ имеет вид:
 - $f'(x) = \frac{x}{2}$; б) $f'(x) = \frac{x}{4}$; в) $f'(x) = x$; г) $f'(x) = \frac{x}{2} + 3$.
- Диагональ осевого сечения цилиндра равна 15 см, радиус основания равен 4 см. Найдите высоту цилиндра.
- Найдите значение выражения $\left((\sqrt[5]{5})^{\sqrt{10}} \right)^{\sqrt{10}}$.

4. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 5\cos 2x$ и $g(x) = 6\sin x + 1$.

5. В пирамиду, основанием которой является равнобедренная трапеция, вписана сфера. Найдите площадь сферы, если основания трапеции равны 25 и 9, а высоты боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны 15.

Вариант 2

1. Производная функции $f(x) = \frac{x^2}{2} + 5$ имеет вид:

а) $f'(x) = \frac{x}{2} + 5$; б) $f'(x) = x$; в) $f'(x) = \frac{x}{2}$; г) $f'(x) = \frac{x}{4}$.

2. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 25 см, Найдите радиус основания, учитывая, что высота цилиндра 7 см.

3. Найдите значение выражения $\left(\left(\sqrt[7]{7}\right)^{\sqrt{14}}\right)^{\sqrt{14}}$.

4. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций $f(x) = 3\cos 2x$ и $g(x) = 8\cos x - 5$.

5. В пирамиду, основанием которой является равнобедренная трапеция, вписана сфера. Найдите площадь сферы, если основания трапеции равны 18 и 8, а высоты боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны 12.

Итоговая контрольная работа №12

Вариант 1

1. Укажите уравнение, не имеющее корней:

а) $7^x = 12$; б) $\log_3(-x) = 2$; в) $\log_5(x + 2) = -9$; г) $3^x = -9$.

2. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 14π см². Найдите площадь его осевого сечения.

3. Решите неравенство $\frac{5-\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+2} \geq 0$.

4. Решите уравнение $|\cos x| - \cos^2 x = 0$.

5. Двугранный угол при боковом ребре правильной треугольной пирамиды равен 120° . Высота пирамиды равна 3. Найдите объем конуса, описанного около этой пирамиды.

Вариант 2

1. Укажите уравнение, не имеющее корней:

а) $\log_7(x + 4) = -6$; б) $5^x = 13$; в) $2^x = -3$; г) $\log_2(-x) = 3$.

2. Площадь осевого сечения цилиндра равна $\frac{6}{\pi}$ см². Найдите площадь его боковой поверхности.

3. Решите неравенство $\frac{6-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+3} \geq 0$.

4. Решите уравнение $\sin^2 x - |\sin x| = 0$.

5. Двугранный угол при боковом ребре правильной четырехугольной пирамиды равен 120° . Высота пирамиды равна 5. Найдите объем конуса, вписанного в эту пирамиду.

Выніковая кантрольная работа 13

Варыянт 1

1. Выберыце ўраўненне, якое не мае каранёў:

а) $7^x = 7$; б) $7^x = 0,7$; в) $7^x = 1$; г) $7^x = -7$.

2. Знайдзіце плошчу бакавой паверхні цыліндра, вышыня якога роўна 6 см, калі дыяганаль восевага сячэння цыліндра ўтварае вугал 45° з плоскасцю асновы.

3. Рашыце ўраўненне $2^{2 \log_3 x} \cdot 5^{\log_3 x} = 400$.

4. Праз вяршыню конуса пад вуглом 60° да асновы праведзена плоскасць, якая адсякае ад акружнасці асновы дугу ў 90° . Знайдзіце аб'ём конуса, калі адлегласць ад цэнтра асновы да плоскасці сячэння роўная 6 см.

5. Рашыце сістэму ўраўненняў
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x + 4y = -5, \\ (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = x + 3y + 7. \end{cases}$$

Варыянт 2

1. Выберыце ўраўненне, якое не мае каранёў:

а) $3^x = 3$; б) $3^x = 0,3$; в) $3^x = 1$; г) $3^x = -3$.

2. Знайдзіце плошчу бакавой паверхні цыліндра, дыяметр асновы якога роўны 4 см, калі дыяганаль восевага сячэння цыліндра ўтварае вугал 45° з плоскасцю асновы.

3. Рашыце ўраўненне $3^{2 \log_5 x} \cdot 2^{\log_5 x} = 324$.

4. Праз вяршыню конуса пад вуглом 30° да асновы праведзена плоскасць, якая адсякае ад акружнасці асновы дугу ў 90° . Знайдзіце аб'ём конуса, калі адлегласць ад цэнтра асновы да плоскасці сячэння роўная $2\sqrt{3}$ см.

5. Рашыце сістэму ўраўненняў
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 6y = -13, \\ (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 2x + y - 1. \end{cases}$$