

Н. В. Костюкович

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ

ИЗУЧАЕМ, ИССЛЕДУЕМ, ДОКАЗЫВАЕМ

5–6
классы

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Пособие для учащихся учреждений образования,
реализующих образовательные программы
общего среднего образования с белорусским
и русским языками обучения и воспитания

Н. В. Костюкович

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ГРАМОТНОСТЬ

ИЗУЧАЕМ, ИССЛЕДУЕМ, ДОКАЗЫВАЕМ

5–6
классы

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Пособие для учащихся учреждений образования,
реализующих образовательные программы
общего среднего образования с белорусским
и русским языками обучения и воспитания

*Рекомендовано
научно-методическим учреждением
«Национальный институт образования»
Министерства образования
Республики Беларусь*

Учебное электронное издание



Минск
Национальный институт образования
2023

УДК 51(075.3=161.3=161.1)

ББК 22.1я721

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра информационных технологий в образовании государственного учреждения образования «Минский городской институт развития образования» (кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой *Т. О. Пучковская*);

учитель математики квалификационной категории «учитель-методист» лицея Белорусского национального технического университета *О. Е. Цыбулько*.

Данное пособие входит в учебно-методический комплекс факультативных занятий по формированию функциональной грамотности «Изучаем, исследуем, доказываем». 5–6 классы.

Учебно-методический комплекс факультативных занятий разработан в Национальном институте образования в рамках выполнения задания ОНТП «Функциональная грамотность» и включён в сводный план выпуска (внедрения) вновь освоенной продукции (инноваций) по ОНТП «Функциональная грамотность» на 2021–2025 гг., утверждённый Министерством образования от 17.02.2021. Язык издания — русский.

Нач. редакционно-издательского отдела *С. П. Малявко*

Редактор *Н. Н. Мамчиц*

Компьютерная вёрстка *Ю. М. Головейко*

Подписано к использованию 2023

Размещено на сайте 2023

Объем издания 12 991 КБ

Системные требования: ПО для просмотра документов в формате pdf

Научно-методическое учреждение «Национальный институт образования»

Министерства образования Республики Беларусь.

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,

распространителя печатных изданий № 1/263 от 02.04.2014.

Ул. Короля, 16, 220004, г. Минск

ISBN 978-985-893-486-6

© Костюкович Н. В., 2023

© Оформление. НМУ «Национальный институт образования», 2023

Оглавление

<i>Введение</i>	5
ГЛАВА 1. РАЗЛИЧНЫЕ СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ	6
Задачи, отражающие реальные жизненные ситуации	6
Задачи на моделирование различных жизненных ситуаций с помощью математической модели	7
Ситуационно-мотивационные задания	9
Ситуационно-исследовательские задания	16
ГЛАВА 2. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ МИНИ-ПРОЕКТОВ (ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРОЕКТОВ)	23
Исторические мини-проекты	23
Материалы для индивидуальных мини-проектов	40
ГЛАВА 3. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ГРУППОВЫХ ПРОЕКТОВ	50

Введение

Главная цель сборника дидактических материалов — предоставить материал для факультативных занятий «Изучаем, исследуем, доказываем», который поможет вам в процессе проектной деятельности. На факультативных занятиях вы будете решать интересные практико-ориентированные, ситуационные задачи и кейс-задания, выполнять индивидуальные мини-проекты. Всё это поможет вам подготовиться к выполнению главного группового проекта. Сборник включает три части: различные практико-ориентированные, ситуационные задания и задачи; тексты и информационный материал для выполнения мини-проектов и различные материалы для выполнения групповых проектов.

Предлагаемые в сборнике ситуационные задачи связаны с реальными жизненными ситуациями, решение которых требует моделирования ситуации или проведения исследования. В представленных текстах для выполнения мини-проектов содержатся материалы о развитии понятия числа и исторические сведения о развитии записи чисел у различных народов с древнейших времен до наших дней. В сборнике также присутствует необходимый материал для выполнения индивидуальных мини-проектов и групповых проектов.

Мы надеемся, что вам понравятся все разработанные материалы и вы справитесь с предлагаемыми заданиями и проектами.

Удачи вам, юные математики!

Глава 1.

Различные ситуационные задачи

Задачи, отражающие реальные жизненные ситуации

1. Задача о дорожках парка (С₁ 5)

Парк имеет форму прямоугольника со сторонами 1200 м и 800 м. По всей границе парка проложена пешеходная дорожка, по которой, войдя в одни ворота одновременно, но в противоположных направлениях идут Миша и Артём. Миша обошёл весь парк по дорожке, а Артём прошёл по дорожке 2 км 600 м. Выполните рисунок, покажите на нём путь каждого мальчика и определите:

1) Какой путь проделал Миша? Обойдёт ли по своей дорожке весь парк Артём? Если нет, то сколько метров ему останется? Если да, то сколько метров он прошёл на втором круге?

2) Сколько кустов почвопокровных роз высажено вдоль коротких сторон дорожек парка от края до края дорожки, если кусты высажены через каждые 160 см?

2. Задача об учебнике математики (С₁ 6)

Сколько нужно вырубить гектаров леса, чтобы напечатать учебник «Математика» для VI класса заданного тиража, если известно, что на изготовление 1000 м² бумаги расходуется четверть гектара леса?

Из одного взрослого дерева получают приблизительно 60 кг бумаги, а на одном гектаре леса растут приблизительно 500 деревьев. Используя указанные данные, определите:

1) Сколько деревьев понадобится для производства комплекта учебников «Математика» для вашего класса?

2) Сколько деревьев спасает ваш класс, если каждый учащийся не будет оставлять ежедневно в течение года на столах 20 г ненужной бумаги?

3. Задача об облицовке кафелем стены (С₁ 6)

При выполнении ремонтных работ в новой квартире строители предложили хозяину облицевать плиткой стену кухни, которая имеет форму прямоугольника со сторонами 3 м и 2,7 м.

Была выбрана плитка с размерами 300 × 300 мм. Хозяину квартиры необходимо рассчитать, сколько ящиков плитки данного вида ему потребуется, чтобы облицевать стену, если в одном ящике 10 кафельных плиток. Запишите алгоритм выполнения расчётов хозяином и выясните:

1) Сколько ящиков плитки необходимо купить?

2) Останется ли у хозяина плитка, если да, то сколько?

3) Сколько денег потратит хозяин, если ящик кафельной плитки стоит 15 р.

4. Задача о покупке продуктов (С₁ 6)

Мама отправляет сына в магазин за продуктами. Недалеко от дома находятся магазины «Соседи», «Копеечка» и «Грошук», в каждом из которых продаются одинаковые необходимые продукты: багет, чёрный хлеб, литровые пакеты молока и кефира, сосиски «Карапузики» и пакет имбирных пряников. В магазинах «Копеечка» и «Соседи» действуют скидочные карточки, а в магазине «Грошук» цены на эти товары ниже, чем в «Копеечке» и «Соседях». В таблице 1 приведены цены и скидки на перечисленные товары в каждом магазине.

Таблица 1

Цены и скидки на товары

№	Продукты	«Соседи», скидка 2 %	«Грошук», скидка 0 %	«Копеечка», скидка 3 %
1	Багет	1 р. 25 к.	1 р. 20 к.	1 р. 30 к.
2	Чёрный хлеб	1 р. 20 к.	1 р. 10 к.	1 р. 25 к.
3	Молоко	1 р. 60 к.	1 р. 50 к.	1 р. 60 к.
4	Кефир	1 р. 50 к.	1 р. 40 к.	1 р. 60 к.
5	Сосиски «Карапузики»	4 р. 10 к.	3 р. 75 к.	4 р. 20 к.
6	Пакет имбирных пряников	3 р. 10 к.	2 р. 80 к.	3 р. 20 к.

В какой магазин мальчику нужно пойти за покупками, чтобы выгодно их совершить. Рассчитайте сумму за покупки в каждом магазине и определите экономию средств. В какой магазин за покупками пошли бы вы?

5. Задача «Путешествие семьёй» (С₁ 6)

Семья из трёх взрослых человек собирается посетить Москву и побывать на Красной площади. Стоимость железнодорожного билета составляет от 55 р., а билет на самолёт (по тому же маршруту) — 125 р.

1) Рассчитайте, на сколько процентов билет на самолёт дороже железнодорожного билета.

2) Рассчитайте, на сколько процентов железнодорожный билет дешевле билета на самолёт.

3) Определите общую стоимость железнодорожных билетов и авиабилетов для всей семьи.

4) Определите, какие билеты будет выгодней купить при условии, что на работе у мамы компенсируют 50 % стоимости авиабилетов всем членам семьи.

Задачи на моделирование различных жизненных ситуаций с помощью математической модели

6. Задача о прямоугольнике (С₂ 5)

Учительница математики попросила каждого учащегося V класса дома сделать заготовку прямоугольника. Необходимо вырезать из бумаги прямоугольник, у которого одна сторона на 4 см больше другой.

На следующем уроке каждый учащийся находил периметр и площадь своего прямоугольника и записывал результаты. Затем учительница попросила каждого сложить свою фигуру пополам, совмещая соседние вершины прямоугольников, и вычислить периметр и площадь полученной фигуры. После этого полученную фигуру опять нужно было сложить пополам и снова вычислить периметр и площадь. Наконец нужно было последний раз сложить полученную фигуру пополам и определить периметр и площадь. Каждый раз учащиеся должны были записывать свои результаты. Используя записи результатов, учащиеся сравнивали полученные периметры и площади и прогнозировали (выдвигали свою гипотезу), какая фигура будет получаться каждый раз при сложении прямоугольника пополам, совмещая вершины, и как будет меняться её периметр и площадь.

1) Выполните последовательно эти же действия, заполните таблицу результатов.

2) Выясните, какая фигура получается каждый раз.

3) Спрогнозируйте, какая фигура получится в результате шестикратного сложения прямоугольника пополам и какими будут значения её периметра и площади.

Докажите свои предположения с помощью моделей и чертежей.

7. Задача о населении планеты (С₂ 6)

На нашей планете в 2022 г. проживали 8 миллиардов человек, из них (приблизительно):

- 2,3 миллиарда человек детского населения до 15 лет, которые не работают;
- 1,7 миллиарда человек взрослого населения, которые заняты в сфере услуг;
- 1,5 миллиарда человек взрослого населения, которые заняты в сельском хозяйстве;
- 900 миллионов человек взрослого населения, которые заняты в промышленности;
- 600 миллионов человек населения, которые являются безработными;
- 500 миллионов человек населения — неработающие пенсионеры;
- 500 миллионов человек населения — предприниматели.

1) Какой процент работающего и неработающего населения на нашей планете? Проиллюстрируйте с помощью диаграмм (столбчатых и круговых) представленные данные.

2) Составьте несколько вопросов, позволяющих использовать представленные данные и выполненные диаграммы.

8. Задача об изготовлении скамеек для сада (С₂ 5)

Хозяину необходимы доски для изготовления скамеек для дачи. Ему нужны доски длиной 1,5 м, шириной 20 см и толщиной 40 мм. У хозяина имеются 5 одинаковых прямоугольных деревянных балок длиной 30 дм каждая, имеющих в сечении прямоугольник с размерами 20 × 40 см.

1) Сколько необходимых досок получит хозяин из данных балок, если при распилке балок на доски будут опилки и поэтому на каждый пропиленый край уходит 2 мм?

2) Сколько получится скамеек для дачи, если на одну скамейку уходит 3 доски?

Ситуационно-мотивационные задания

9. Задача о покраске пола (С₃ 5–6)

В обычной жизни мы часто имеем дело с геометрическим понятием «Площадь», которое нам приходится использовать для того, чтобы экономить своё время и деньги. Очень часто, прежде чем купить обои и краску для ремонта и покраски, необходимо вычислить площади пола, стен и т. д. Например, для определения нужного количества лака для покрытия паркетного пола и его стоимости необходимо знать площадь пола, расход лака на 1 м², чтобы рассчитать расход лака на нанесение одного слоя и количество слоёв, объём одной банки лака и её цену. Для определения затрат на приобретение необходимого количества банок лака для покрытия в несколько слоёв знание площади пола является необходимым.

Представьте, что вам нужно рассчитать необходимое количество лака (краски) для покрытия пола в вашей комнате. Расход лака (краски) при нанесении в один слой на поверхность составляет 65–70 г/м². Лак или краску можно наносить кистью, валиком или краскораспылителем на подготовленную сухую, чистую поверхность тонкими слоями. Следующий слой наносят только после полного высыхания предыдущего слоя. Но перед тем как нанести первый и последующий слои, нужно отшлифовать до матовости поверхность, а затем приступить к нанесению лака или краски. Необходимо учесть, что время высыхания первого слоя и каждого последующего слоя составляет 36 ч, а полного высыхания — 72 ч. Фасовка банок лака — от 1 до 3 кг, а краски — от 2 до 3 кг.

Алгоритм выполнения:

1. Выполните необходимые измерения и найдите площадь пола вашей комнаты.
2. Выясните, чем вы будете покрывать пол в своей комнате.
Если пол паркетный, то я буду покрывать его...
Если пол деревянный, крашенные доски или ДСП, то я буду покрывать его...
3. Выясните, какое количество лака или краски вам потребуется для покрытия пола и через сколько часов ваш пол полностью высохнет при двухслойном нанесении.
4. Найдите информацию в сети Интернет по стоимости и объёму банок с лаком (краской) и стоимости валика и кисточки. Рассчитайте необходимое количество лака (краски) для выполнения работ.
5. Сделайте вывод о затратах на покрытие пола в вашей комнате.

10. Ситуационная кейс-задача по теме «Площади» (С₃ 6)

<i>Название задачи</i>	«Квартирный вопрос»
<i>Ситуация</i>	В дачном кооперативе «Дубравушка» у семьи Пионовых есть двухуровневый дачный домик. Дача требует ремонта, который семья планирует начать с ремонта пола на первом этаже. Было решено, что на расходы по ремонту семья может выделить 4000 р. Необходимо заменить пол в двух спальнях, гостиной и постелить ламинат, в санузле положить кафельную плитку, а на кухне постелить линолеум. Используя расположенные ниже данные, определите смету предстоящего ремонта и узнайте, хватит ли Пионовым выделенных денег.

Информация для определения сметы предстоящего ремонта, представленная в разнообразном виде

1. Некоторые единицы измерения длины и площади

1 см = 10 мм	1 см ² = 100 мм ²
1 дм = 10 см = 100 мм	1 дм ² = 100 см ² = 10 000 мм ²
1 м = 10 дм = 100 см	1 м ² = 100 дм ² = 10 000 см ²
1 км = 1000 м = 10 000 дм	1 км ² = 1 000 000 м ²

2. Площадь прямоугольника и квадрата

Чтобы найти площадь прямоугольника, надо умножить его длину (a) на ширину (b): $S = a \cdot b$.

Площадь квадрата со стороной a равна: $S = a^2$

3. План первого этажа (размеры указаны в метрах)



4. Расходные материалы

Материалы	Размеры	Стоимость
Кафельная напольная плитка (в ящиках по 10 штук)	300 × 300	10 р. за шт.
	400 × 400	20 р. за шт.
Ламинат	Определяются в м ²	1 м ² — 20 р. за м ²
		1 м ² — 24 р. за м ²
		1 м ² — 26 р. за м ²
Линолеум	Ширина 2 м	1 м ² — 9–12 р. за м ²
	Ширина 3 м	1 м ² — 18–22 р. за м ²

Задания на работу с данной информацией

1. Ознакомление с информацией	Воспользовавшись представленной информацией и планом первого этажа, найдите площадь пола спален, гостиной, кухни и санузла
2. Понимание	Выясните, какое количество материалов и какой стоимости вам потребуется для замены пола каждого помещения
3. Применение данной информации	Рассчитайте количество ящиков кафельной плитки и количества квадратных метров ламината и линолеума, необходимых для ремонта

4. Анализ имеющихся данных	Какой из трёх магазинов будет самым выгодным для покупки стройматериалов для семьи Пионовых?			
	Материал	Цены		
		21 век	Ома	Магазин на строительном рынке
	Кафельная плитка 300 × 300 400 × 400	12 р. за шт. 22 р. за шт.	11 р. за шт. 22 р. за шт.	100 р. за ящ. 200 р. за ящ.
	Ламинат	26 р. за м ²	24 р. за м ²	20 р. за м ²
Линолеум ширина 2 м ширина 3 м	12 р. за м ² 22 р. за м ²	9 р. за м ² 18 р. за м ²	10 р. за м ² 20 р. за м ²	
Оценка выполнения работ	Чтобы быстро и качественно провести ремонт, семья Пионовых решила обратиться в строительную фирму «Быстрый ремонт».			
	Стоимость работ			
	Помещение	Материал	Стоимость работы за м ² (в рублях)	
	Гостиная, спальни	Ламинат по диагонали	7 р. за м ²	
		по прямой	9 р. за м ²	
	Санузел	Кафельная плитка	20 р. за м ²	
Кухня	Линолеум	9 р. за м ²		
Демонтаж полов	—	3 р. за м ²		
Рассчитайте стоимость услуг ремонтной фирмы, общую стоимость ремонта. Оцените возможности семьи Пионовых, могут ли они уложиться в запланированную сумму в 4000 р. Запишите ваши практические рекомендации по ремонту семье Пионовых.				

11. Задачи на проценты (С₃ 6)

а) Проценты и дроби

Процент — это сотая часть от числа. $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$

1. Чтобы записать число процентов в виде дроби, нужно число процентов разделить на число 100. Например, $15\% = \frac{15}{100} = 0,15$.

2. Чтобы записать десятичную дробь в виде числа процентов, нужно дробь умножить на 100 и дописать знак %. Например, $0,27 = 0,27 \cdot 100\% = 27\%$.

3. Чтобы записать обыкновенную несократимую дробь в виде числа процентов, нужно сначала записать её в виде конечной десятичной дроби, если это возможно, а затем применить п. 2.

Например, для записи дроби $\frac{4}{5}$ в виде числа процентов нужно записать эту дробь в виде конечной десятичной: $\frac{4}{5} = 0,8$, а затем записать (используя п. 2) результат: $\frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$.

Замечание. Записать обыкновенную дробь в виде конечной десятичной дроби можно лишь в том случае, если в знаменателе дроби при разложении на простые множители присутствуют только степени чисел 2 или 5 или произведение степеней этих чисел.

б) Перевод дробей в проценты

В повседневной жизни нужно знать о числовой связи дробей и процентов.

$$1 = 100\%$$

Переведите в проценты обыкновенные дроби (табл. 2).

Таблица 2

Обыкновенная дробь	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{50}$
Десятичная дробь										
Проценты										

в) Полезные формулы

- если величину x увеличить на p процентов, получим: $x \cdot (1 + \frac{p}{100})$;
- если величину x уменьшить на p процентов, получим: $x \cdot (1 - \frac{p}{100})$;
- если величину x увеличить на p процентов, а затем уменьшить на q процентов, то получим: $x \cdot (1 + \frac{p}{100})(1 - \frac{q}{100})$;
- если величину x дважды увеличить на p процентов, получим:
 $x \cdot (1 + \frac{p}{100})(1 + \frac{p}{100})$;
- если величину x дважды уменьшить на p процентов, получим:
 $x \cdot (1 - \frac{p}{100})(1 - \frac{p}{100})$.

г) Отвечаем на вопросы, работаем с информацией

1. За год пенсия бабушки повышалась трижды и каждый раз на 15 %. Используя полезную информацию, попробуйте записать формулу для трёхкратного повышения величины на одно и то же количество процентов.

1) Найдите размер пенсии бабушки после трёхкратного увеличения за год, если в начале года она была 800 р.

2) На сколько процентов увеличилась бабушкина пенсия за год?

2. Температура воздуха в начале весны поднялась на 25 %, а затем через несколько дней опять опустилась на 25 %. Изменилась ли первоначальная температура воздуха? Изменится ли первоначальная температура воздуха, если она вначале опустится на 20 %, а затем поднимется на 20 %?

3. Сушку фруктов и овощей можно определить как процесс удаления влаги из подготовленных продуктов. Сушка является простым способом переработки сырья в современной пищевой промышленности. Вследствие удаления влаги происходит увеличение концентрации сухих веществ во фруктах и овощах. В домашних условиях используют специальные пластмассовые сушки и дегидраторы. Дегидраторами называются сушилки для грибов и овощей в виде прямоугольного параллелепипеда (куба) с дверцей и выдвижными металлическими поддонами.

Как вы думаете, что влияет (какие факторы) на усушку фруктов и овощей?

Подсказка

1) Увеличение скорости движения воздуха, при этом усушка продукта возрастает (попробуйте объяснить);

2) увеличение площади поверхности, при этом усушка также возрастает (попробуйте объяснить).

Хозяйка решила в дегидраторе посушить собранные грибы. Она разложила на поддоны 10 кг грибов с влажностью 90 %, подсушила их и довела влажность до 20 %. Сколько подсушенных грибов она получила? Верно ли, что подсушенных грибов получилось меньше 1,5 кг?

12. Задачи о лекарствах (С₃, 6)

В период пандемии понятие «дезинфекция» прочно укрепилось в быту. Ещё несколько лет назад разговоры об антибактериальных средствах были редкостью. Теперь каждый житель в стране и мире носит с собой антисептики и маски. В целях защиты от микробов и вирусов хозяйки активно пускают в ход подручные антисептические жидкости и гели.

Одно из антибактериальных средств широкого спектра действия в обиходе — перекись водорода, которая используется не только как противомикробное средство, но и как кровоостанавливающее и пенообразующее. Эта жидкость с металлическим привкусом и уникальными свойствами может сделать гораздо больше, чем просто помочь в оказании первой помощи. Этот простейший представитель пероксидов повышает продуктивность растений в саду, содействует порядку в доме и прачечной и используется в косметических процедурах. Перекись водорода продаётся в каждой аптеке в концентрации от 3 до 30 процентов в непрозрачных белых или чёрных пластиковых бутылочках. Для уборки и дезинфекции различных помещений, полоскания горла и промывания ран используют 3-процентную перекись, а 6-процентную — в медицине для стерилизации инструментов. Пергидроль — так называют 30-процентную перекись водорода — и 35-процентная перекись водорода в таблетках, называемая гидроперитом, часто используются, например, для приготовления растворов, учитывая правила техники безопасности.

Справка

Перекись водорода поставляется аптекам в тёмной (чёрной пластиковой) бутылке, потому что она превращается в воду при воздействии тепла, света и воздуха. Полученное после разложения вещество не вредно, но если шипение исчезло в процессе уборки, то это обычная вода. Бутылку с перекисью водорода можно использовать в течение шести месяцев после открытия. Ёмкости с перекисью водорода нельзя плотно закрывать, потому что при разложении перекиси на воду и кислород давление в ёмкости увеличивается.

1) Сколько граммов 30-процентного раствора перекиси водорода нужно взять, чтобы приготовить 800 г 3-процентного раствора для дезинфекции рук медработников перед операцией?

2) Какое количество 5-процентного раствора перекиси можно получить из 100 г 30-процентного раствора?

3) В раствор 30-процентной перекиси водорода долили 200 г дистиллированной воды и получили 300 г перекиси водорода. Определите, какой концентрации получилась перекись водорода и можно ли её использовать для промывания ран.

13. Задача «Площадь фигуры» (С₃ 5)

Предполагаемые гипотезы:

1) если треугольник или любой многоугольник разделить отрезками на непересекающиеся части, то его площадь будет равна сумме площадей полученных частей;

2) если треугольники равны, то их площади равны.

Попробуем проверить эти утверждения на примере: начертите прямоугольник и разделите его отрезками на три части, как показано на рисунке 1, где точка *A* — середина большей стороны прямоугольника. Найдите площади начерченного прямоугольника и всех его частей. Вырежьте прямоугольник, разрежьте его на части и из полученных маленьких частей (1 и 2) сложите треугольник. Какой получился треугольник? Сравните его с треугольником 3. Проверьте, будут ли треугольники равными.

Справка

Равными называют фигуры, которые совпадают при наложении. Равные фигуры имеют равные площади.

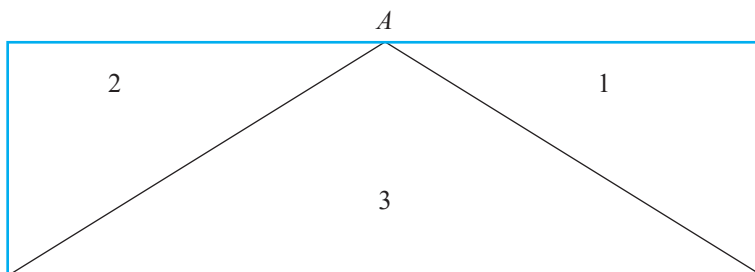


Рис. 1

На рисунке 2а и 2б показано, какие могут быть варианты.

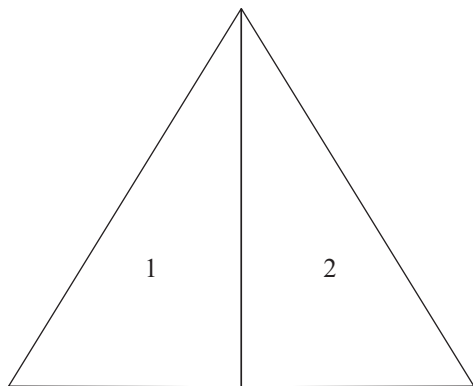


Рис. 2а

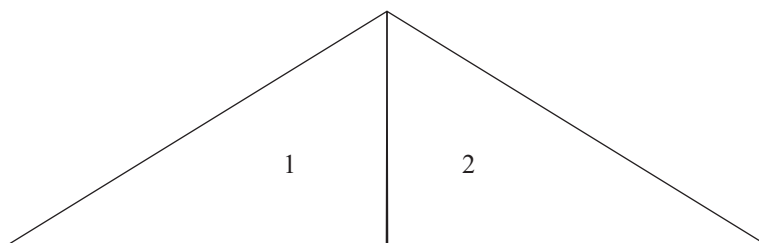


Рис. 2б

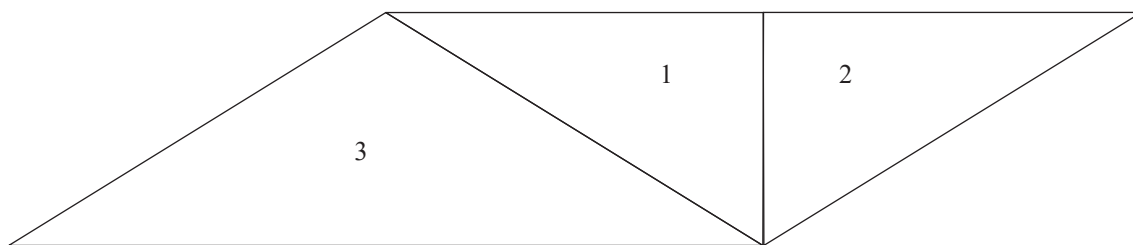


Рис. 3

Определите площадь вашего полученного треугольника и сравните её с площадью треугольника 3. В случае *а*) мы получили подтверждение нашей гипотезы. Объясните почему. Сравните площадь треугольника в случае *б*) и объясните, почему в каждом из полученных случаев (*а* и *б*) получились равные площади.

Справка

С равными фигурами не следует смешивать равновеликие и равноставленные фигуры — при всей близости данных понятий. Равновеликими на плоскости называются такие фигуры, которые имеют равные площади. Такие фигуры не обязательно совпадают при наложении. Равные фигуры будут равновеликими всегда, но не всякие равновеликие фигуры можно назвать равными (рис. 1 и 3).

Если понятие равноставленности применяют к многоугольникам, то это значит, что многоугольник можно разбить на некоторое количество фигур, из которых можно составить новый многоугольник. Оба этих многоугольника будут составлены из одних и тех же частей, и будут равноставленными. Равноставленные многоугольники всегда являются равновеликими.

14. Задание «Допиши сказку» (С₃ 5)

Все мы очень любим сказки и иногда сами их придумываем. Давайте допишем математическую сказку, используя свои знания о числах.

В некотором царстве в математическом государстве жили-были натуральные числа: однозначные, двузначные, трёхзначные и прочие многозначные. Дружно и весело жили числа, каждое в своём домике. На улице Однозначные было меньше всего домов, потому что однозначных чисел всего 9. Они стояли по двум сторонам дороги и имели чётные и нечётные номера домов. На улице Двузначные было много домов, они тоже стояли с двух сторон, и номера их домов были двузначными. Первым стоял домик 10 и по этой стороне улицы стояли домики чётных чисел, а на другой стороне — домики нечётных чисел. Чей домик стоял первым по нечётной стороне? Чей домик стоял по нечётной стороне последним? Можно ли узнать, сколько домиков стояло с каждой стороны улицы?

На третьей улице с двух сторон стояли домики с трёхзначными номерами, с одной стороны — чётные номера, с другой — нечётные. На этой улице жили трёхзначные числа. И как вы уже догадались, таких улиц было очень много, на них жили четырёхзначные, пятизначные и другие многозначные числа.

Все числа жили очень дружно, но однажды...

Ситуационно-исследовательские задания

15. Задача «Сравнение площадей участков» (С₄ 5–6)

Двое учащихся — Андрей и Платон — решают задачу:

Два участка земли огорожены заборами одинаковой длины. Первый участок имеет форму прямоугольника со сторонами 220 м и 160 м, а второй — форму квадрата. Площадь какого участка больше и на сколько?

Андрей считает, что площадь прямоугольного участка имеет бóльшую площадь, Платон считает, что площадь участка квадратной формы больше.

Задания

1) Сформулируйте свою гипотезу, проверьте её и ответьте на вопрос: «Кто из мальчиков прав?»

2) Сравните площади данных участков: равны ли они, какой из участков больше и на сколько (процентов), какой участок меньше и на сколько (процентов). При необходимости округляйте до десятых.

3) Сравните площади четвертей данных участков: равны ли четверти площадей этих участков, какая из четвертей участков больше и на сколько (процентов), какая из четвертей участков меньше и на сколько (процентов). При необходимости округляйте до десятых.

4) Проанализируйте полученные результаты.

16. Кейс-задача «Окружность и треугольник» (С₄ 6)

Информация для решения задачи

Формулы

Диаметр окружности (d): $d = 2r$.

Радиус окружности (r): $r = d/2$.

Длина окружности (C): $C = 2\pi r$.

Площадь круга (S): $S = \pi r^2$.

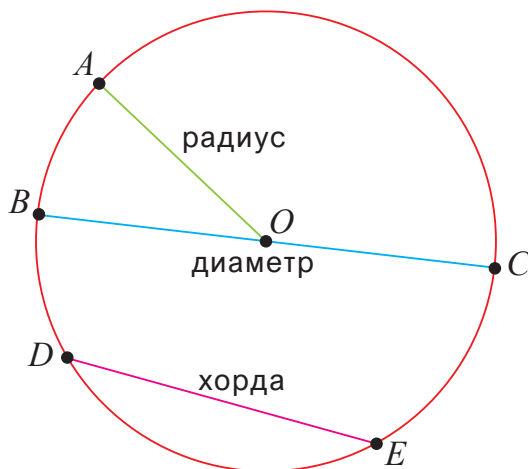


Рис. 4

Текст «Деление окружности на 6 одинаковых частей»

Для того чтобы разделить круг на 6 равных частей, можно воспользоваться следующим методом:

1) Берём циркуль, расстояние между ножками должно быть равно радиусу круга.

2) Отмечаем две точки на окружности: на рисунке 5 это точки B и C — концы диаметра.

Из обеих точек проводим дуги, которые должны пересекать окружность в четырёх точках (на рисунке 5 это точки A и M , K и D).

3) В итоге на окружности будут 6 точек, которые нужно соединить поэтапно с помощью линий.

Таким образом, мы получим шестиугольник с равными сторонами.

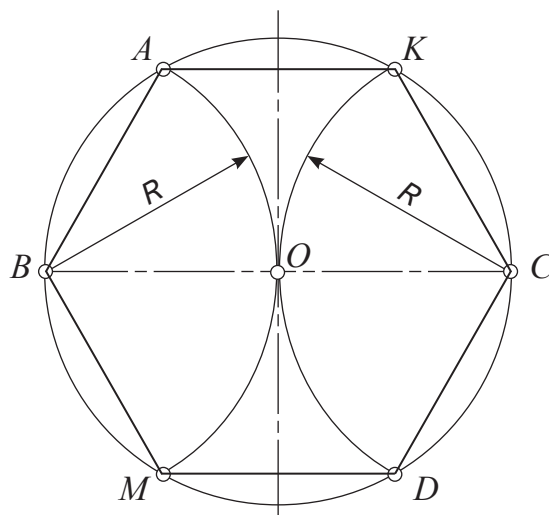


Рис. 5

Задания

1. Начертите окружность произвольного радиуса и найдите её длину.
2. Разделите окружность на 6 одинаковых частей и найдите площадь одной полученной части и длину её дуги.
3. Соедините полученные точки деления с центром окружности и соедините попарно соседние точки деления на окружности.
4. Определите, сколько треугольников получили.
5. Предположите вид каждого треугольника. Оформите своё предположение в виде гипотезы.
6. Измерьте все углы каждого треугольника и проверьте свою гипотезу относительно вида треугольника.
7. Как построить треугольник такого вида любого размера, используя циркуль, транспортир и линейку? Представьте свой алгоритм построения.
8. Представьте, что перед вами торт, который вы разделили на 4 одинаковые части, а потом ещё каждый кусочек пополам. Найдите площадь полученного маленького кусочка торта. Проиллюстрируйте на рисунке данную ситуацию.
9. Составьте алгоритм деления окружности на 8 одинаковых частей.

17. Задача «Скорости» (С₄ 5)

Семья из Минска собирается на праздники в Гомель (рис. 6) к родственникам. На семейном совете решили ехать на своей машине. Их путь будет пролегать через Осиповичи, Бобруйск, Жлобин. На каждом из участков отец, который будет вести машину, планирует ехать с постоянной скоростью.



Рис. 6

Разрабатывая маршрут, было определено расстояние на каждом из участков и скорость, с которой предполагается ехать (табл. 3).

Таблица 3

Участки дороги	Расстояние по трассе, км	Скорость, км/ч	Время, ч
Из Минска до Осиповичей	110	110	
Из Осиповичей до Бобруйска	56	80	
Из Бобруйска до Жлобина	68	80	
Из Жлобина до Гомеля	102	85	

1) Сколько времени затратит семья на каждом из участков пути до Гомеля, если они будут ехать с постоянной для данного участка скоростью и не останавливаться? Полученное для каждого участка время внесите в таблицу 3.

- Сколько времени затратит семья на весь путь без остановок?
- Сколько времени затратит семья на весь путь, если будет делать получасовую остановку в каждом промежуточном пункте (Осиповичи, Бобруйск, Жлобин) для отдыха?

2) Сколько бензина понадобится для путешествия до Гомеля и обратно, если использовать 6 л на 100 км?

3) Во время движения обсуждали вопрос о средней скорости на всём пути следования. Были выдвинуты следующие предположения: около 88 км/ч; 89,6 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на пути следования и определите, какое из утверждений верное и почему.

4) Составьте алгоритм нахождения средней скорости на нескольких участках, если скорость движения будет постоянной для каждого участка.

5) Найдите среднюю скорость автомобиля на участке Осиповичи — Бобруйск.

6) Найдите среднюю скорость автомобиля на участке Осиповичи — Бобруйск — Жлобин.

7) Найдите среднюю скорость автомобиля на участке Бобруйск — Жлобин — Гомель.

18. Задание-соцопрос «Что мы знаем о нас?» (С₄ 5–6)

В этом задании нужно с помощью анонимного опроса, который проводится с помощью анкет, провести исследование. Для этого необходимо разработать анкету-опросник, в которой будут представлены вопросы по выбранной вами теме (5–6 вопросов), или воспользоваться теми опросниками, которые приведены ниже. Проведите анкетирование учащихся, используя составленную вами анкету. По завершении опроса обработайте полученные при анкетировании данные и для наглядности оформите результаты анкетирования с помощью столбчатых и круговых диаграмм. На занятии каждый представляет полученные результаты своего соцопроса.

✓ Проведём небольшой соцопрос по теме «Изучаем обыкновенные дроби».

Задание

Провести анкетирование, обработать полученные данные и наглядно показать результаты с помощью столбчатых диаграмм.

Анкета-опросник (V класс)

1. Испытывал(а) ли ты трудности при изучении темы «Обыкновенные дроби» (нужное подчеркнуть)?

Да

Нет

2. Какое действие с обыкновенными дробями тебе легче всего выполнять (нужное подчеркнуть)?

Сложение дробей с разными знаменателями;

вычитание дробей с разными знаменателями;

умножение обыкновенных дробей;

деление обыкновенных дробей.

3. Как ты учишь правила действий с обыкновенными дробями, чтобы тебе было понятно (нужное подчеркнуть; если нужного ответа нет, то запиши свой ответ)?

Читаю и заучиваю;

читаю и, если непонятно, прошу объяснить родителей;

4. Много ли любимых книг в твоей личной библиотеке (нужное подчеркнуть; если нужного ответа нет, то запиши свой ответ)?

2;

5;

10;

много;

нет любимых книг в личной библиотеке.

5. Какую книгу ты посоветуешь прочитать своим одноклассникам (записать название и автора).

19. Задание «Подбор плафона для лампы» (С₄ 5–6)

Во время подвижных игр в комнате разбился стеклянный плафон настольной лампы (рис. 7), которую в семье очень любили, потому что это была старая бабушкина лампа с богатой историей. Плафон для старой лампы очень трудно подобрать. Можно было заказать тканевый абажур, но хотели подобрать стеклянный. Трудности возникли при определении диаметра основания плафона, старый плафон разбился на мелкие кусочки, а на оставшейся металлической части ни линейкой, ни сантиметром точно измерить диаметр было невозможно, потому что мешала часть конструкции лампы. Посмотрите на снимок лампы и укажите возможный способ определения диаметра основания плафона.



Рис. 7

20. Кейс-задание «Школьный бассейн» (С₄ 5–6)

<i>Название задания</i>	«Школьный бассейн»
<i>Ситуация</i>	<p>Во многих школах нашей страны есть бассейны. Укажем несколько причин, по которым наличие бассейна в образовательном учреждении желательно, а именно: физическое развитие, обучение плаванию, прививание здорового образа жизни, интереса к спорту и организация досуга.</p> <p>Школьный бассейн должен полностью соответствовать всем требованиям и техническим нормам и работать безотказно. Важно особое внимание уделять системам очистки и фильтрации воды, спуску и наполнению бассейна. Для того чтобы бассейн отвечал санитарным требованиям, нужно часто менять в нём воду и проводить гигиеническую обработку чаши и всего помещения, а также согласно установленному плану необходимо проводить ремонтные работы, дезинфицировать бассейн не реже, чем один раз в месяц. Готовый бассейн необходимо регулярно проверять и проводить анализы качества воды, заполняющей плавательный резервуар.</p>
<i>Необходимая информация</i>	<p>Школьные бассейны отличаются от индивидуальных своими габаритами. Размер школьного бассейна — 10 × 18 м, он имеет прямоугольную форму и строится с учётом особенности обучения детей плаванию. Третья часть бассейна отводится для обучения плаванию малышей и имеет глубину 1 м. Половина остальной части бассейна имеет глубину 2 м. Остальная часть бассейна имеет глубину 150 см. Все три части имеют прямоугольную форму дна.</p>

	<p>Отделка чаши, как правило, облицовывается плиткой, и это наиболее оптимальный вариант. В бассейне для слива воды используют 2 одинаковые трубы, а для заполнения используются другие 3 трубы с разной пропускной способностью. Слив бассейна осуществляется за 4 ч через две трубы, при одновременном их использовании. Наполнение бассейна может осуществляться через одну какую-то трубу для наполнения, через две или через все три. Первая труба может наполнить бассейн за 4 ч, вторая — за 8 ч, третья — за 2 ч. Необходимо определить скорость наполнения бассейна каждой трубой и время его наполнения через все три трубы, а также скорости движения воды в каждой трубе.</p>
Задания на работу с данной информацией	
1. Ознакомление с информацией	<p>Начертите план пола чаши бассейна, учитывая, что он состоит из трёх частей. Выясните, через какие трубы вода сливается из бассейна и что известно об этих трубах. Выясните, через какие трубы вода заливается в бассейн и что известно о каждой из этих труб.</p>
2. Понимание ситуации	<p>Ознакомьтесь с ситуацией и дайте развёрнутые ответы на следующие вопросы: Какая площадь дна каждой части бассейна? Какой объём бассейна? Какая скорость слива воды в каждой трубе? С какой скоростью заливается вода через каждую трубу?</p>
3. Анализ имеющихся данных	<p>Сравните продуктивность труб слива. Сравните продуктивность труб, через которые водой заполняется бассейн.</p>
<i>Результат</i>	<p>Скорость наполнения бассейна каждой трубой: 1-я труба — ...; 2-я труба — ...; 3-я труба —</p> <p>Время наполнения бассейна через все три трубы —</p> <p>Скорости движения воды в каждой трубе: <i>наполнения:</i> 1-я труба — ...; 2-я труба — ...; 3-я труба — <i>слива:</i> 1-я труба — ...; 2-я труба —</p>

Глава 2.

Материалы для мини-проектов (индивидуальных проектов)

Исторические мини-проекты

В этой части пособия предлагаются материалы, которые можно использовать для выполнения мини-проектов «История развития чисел» и «История развития дробей». Каждый из текстов содержит интересный исторический материал, который взят из различных источников. Для выполнения проекта вы можете использовать дополнительную информацию из различных книг и энциклопедий, а также найти интересные материалы в сети Интернет. После выполнения проекта вам необходимо подготовить материалы исследования по заданной теме и презентацию для выступления. В своей презентации можно показать, как записывались числа и дроби у различных народов.

Текст 1. Система счисления или нумерация

Развитие представлений о числе является очень важным для нашей истории. Число является одним из основных математических понятий, которое позволяет нам выразить результаты измерения или счёта. Математические вычисления применяются во всех науках и в обычной жизни повсеместно. Например, при покупках в магазине, во время денежных расчётов, при проведении банковских операций, на производстве, в строительстве. С помощью цифр мы записываем числа, указывающие номера домов, квартир, страниц в книгах и т. д. Язык математики понятен всем и является международным, потому что используется одна система записи чисел и правила выполнения действий с числами. Мы постоянно пользуемся числами в повседневной жизни и поэтому интересно узнать, как возникли цифры и запись чисел у различных народов и как развивалось понятие числа до наших дней.

Потребовалось несколько тысячелетий, чтобы числа, которые мы используем, стали такими, как сейчас. Первые области применения математики были связаны с созерцанием звёзд и земледелием, потому что изучение звёздного неба позволило проложить торговые морские пути, караванные дороги, а развитие земледелия также требовало развития математических знаний. Люди научились считать ещё в каменном веке. Считается, что история возникновения чисел зародилась в доисторические времена, когда человек научился считать предметы. Но знаки для обозначения чисел появились значительно позже: их изобрели шумеры — народ, живший в 3000–2000 гг. до н. э. в Месопотамии (ныне в Ираке). В первобытном обществе человек нуждался лишь в нескольких первых числах, но по мере развития требовались большие числа, и нужно было их записывать. На протяжении веков различными народами постепенно вырабатывались и изменялись цифры, знаки обозначения арифметических действий и другие математические символы. Этот процесс продолжался на протяжении многих

столетий. Первые числа стали обозначаться чёрточками на различных материалах, служащих для записи (папирус, глиняные таблички и т. д.). Затем многие числа изображались с помощью рисунков, чертежей, букв и сокращённых слов. Интересно, что у многих народов число 1 (и цифра 1) обозначалось одинаково — вертикальной чёрточкой, и возникло это обозначение из простой черты на земле, из зарубки на дереве или кости.

Способов счёта было придумано очень много: зарубки на палке по числу предметов, завязывание узлов на верёвке, использование камешков. Но использовать зарубки, камешки и узлы было неудобно, для счёта стали использовать пальцы рук и ног. Пересчитывать предметы легко, когда их не очень много, посчитать большое количество чего-либо трудно, поэтому люди стали объединять единицы в группы и стали считать пятёрками и десятками (пальцы рук и ног). Однако для того чтобы считать, нужны большие числа: десятки, сотни, тысячи и миллионы, поэтому для счёта стало не хватать пальцев. Долгое время разные народы имели дело с числами относительно небольшими и постепенно пришли к числам, которые имели специальное название или обозначение. Например, в системе счисления Древней Греции самое большое число называлось «мириада» — 10 000.

Постепенно у людей появилась необходимость обмена продуктами труда, что привело к возникновению понятий «больше», «меньше», «столько же» или «равно», т. е. к увеличению потребности в умении считать и мерить.

Система счисления, или нумерация, — это способ записи чисел с помощью цифр. Вы знаете, что цифры — это знаки, с помощью которых записывают числа.

Существовали следующие системы записи чисел с помощью цифр:

Унарная система, в которой число образуется путём повторения одного знака, символизирующего единицу. Такая единичная система счисления использовалась древними людьми 10–11 тыс. лет до н. э. Например, 11111 — это 5.

Непозиционные системы счисления, в которых количественные значения символов, используемых для записи чисел, не зависят от их положения, т. е. места или позиции в записи числа. В непозиционных системах для представления числа используется сложение всех цифр. Недостатком такой системы является постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел; сложность выполнения арифметических операций, потому что алгоритмов их выполнения не существовало. К таким системам счисления относятся алфавитные системы: славянская, греческая (рис. 8) и римская (рис. 9) системы счисления.

Позиционные системы счисления, в которых для записи числа важно положение или позиция в записи. Например, 111 — сто одиннадцать: одна сотня, один десяток и одна единица. Основные достоинства любой позиционной системы счисления — простота выполнения арифметических операций и ограниченное количество символов, необходимых для записи любых чисел. У племени ацтеков и индейцев Майя была двадцатеричная позиционная система счисления (рис. 10).

А аз 1	В веди 2	Г глаголь 3	Д добро 4	Е есть 5	З зло 6	З земля 7	И иже 8	Ф фита 9	α 1	ι 10	ρ 100
И и 10	К како 20	Л люди 30	М мыслете 40	Н наш 50	О кси 60	О ом 70	П покой 80	Ч червь 90	β 2	χ 20	σ 200
Р рцы 100	С слово 200	Т твёрдо 300	У ук 400	Ф ферт 500	Х хер 600	Ψ пси 700	Ω о 800	Ц цы 900	γ 3	λ 30	τ 300
									δ 4	μ 40	ω 400
									ε 5	ν 50	φ 500
									κ 6	ξ 60	χ 600
									ζ 7	ο 70	ψ 700
									η 8	π 80	ω 800
									θ 9		

Рис. 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	100	500	1000
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	L	C	D	M

Рис. 9

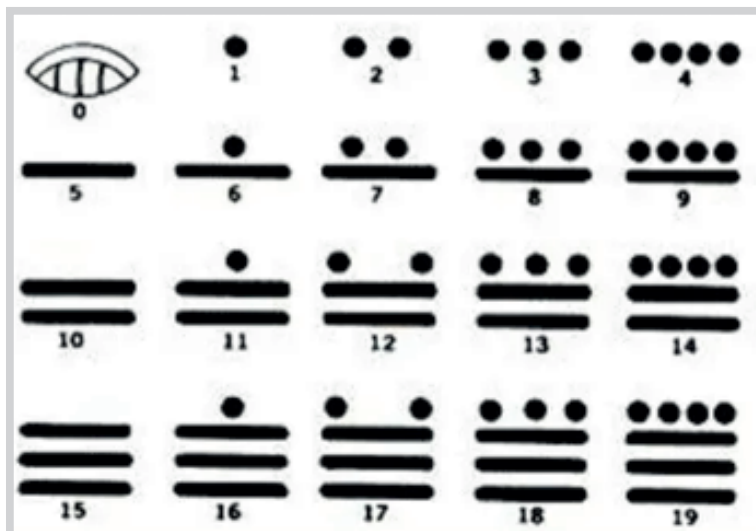


Рис. 10

Мы пользуемся удобной позиционной десятичной системой счисления, у которой основание 10. Для записи мы используем 10 символов (цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, называемых арабскими цифрами. Эти цифры, которыми мы пользуемся в настоящее время, пришли к нам из Индии. Европейские народы познакомились с ними благодаря арабам. Известный математик Леонардо Пизанский первым упоминает о них в своём основном труде «Книга абака», изданном в 1202 г.

Текст 2. Математика в Древнем Египте

Зарождение математических знаний у древних египтян связано с развитием хозяйственных потребностей. Математика тогда использовалась в астрономии, мореплавании, землемерии, при строительстве зданий, плотин, каналов и военных укреплений. Египтяне умели вычислять вес тел, находить площади посевов и объёмы зернохранилищ, величину податей (налогов) и необходимое количество строительного материала, требуемое для возведения различных сооружений. Без математических навыков древнеегипетские писцы не могли бы обеспечивать проведение землемерных работ, рассчитывать количество рабочих и их содержание или производить раскладку налоговых отчислений.

Древнеегипетская письменность основывалась на иероглифах. Египтяне пользовались непозиционной десятичной системой, в которой числа от 1 до 9 обозначались соответствующим числом вертикальных чёрточек, а для степеней числа 10 (10, 100, 1000, ...) вводились индивидуальные символы. Таким образом, специальные обозначения вводились для чисел 1, 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000 (рис. 11).



1	10	100	1000	10000	100000	1000000
/	п	☉	⊥	∟	⤴	⤵
1	10	100	1000	10000	100000	1000000
3 252 =	⊥ ⊥ ⊥ ☉ ☉ п п п п п / /					

Рис. 11

На рисунке 11 внизу указано, как записывалось египтянами число 3252. Для того чтобы написать нужное число, каждое обозначение можно было использовать до девяти раз. Необходимо отметить, что запись в египетской системе счисления выполнялась следующим образом (считая справа налево): вначале единицы, потом десятки, сотни и т. д. Любое число можно было записать с помощью комбинации представленных на рисунке 11 символов.

Египтяне писали на папирусах, которые сохранялись плохо, поэтому их осталось немного. Математические тексты Древнего Египта относятся к началу II тысячелетия до н. э. Все наши знания о развитии математики в Древнем Египте основаны на двух папирусах, которые были составлены примерно 1700 лет до н. э., и в них содержатся сведения, известные математикам Египта ещё около 3500 лет до н. э. Папирус Ахмеса, или папирус Ринда, — наиболее объёмный манускрипт, содержащий 84 математические задачи. Написан около 1650 г. до н. э.

Все задачи, которые содержались в математических текстах Ахмеса, представлены с решениями и связаны с практикой строительства, размежеванием земельных наделов и другими различными ситуациями.

Египтяне производили все четыре арифметических действия. Так, например, в папирусе Ахмеса для обозначения сложения использовался иероглиф , а для вычитания — . Если направление ног у этого иероглифа совпадало с направлением письма (как уже упоминалось, египтяне обычно писали справа налево), тогда он означал сложение, в обратном случае — вычитание.

Ещё один важный источник наших знаний об уровне математики у древних египтян — Московский математический папирус (он же папирус Голенищева), хранящийся в Государственном музее изобразительных искусств им. А. С. Пушкина. Это тоже задачник с решениями. Он содержит 25 задач и примерно на 200 лет старше папируса Ринда. Большинство примеров в этом папирусе — геометрические задачи.

Интересно, что в Московском математическом папирусе пара ног, направленная к концу строки, означала возведение числа в квадрат, это значит, что египтяне знали о возведении в степень.

Известно, что египтяне решали задачи, сводящиеся к решению уравнений, которые группировались по тематике: размежевание земель, распределение продуктов и т. д. В условиях задач, содержащихся в папирусах, присутствовала неизвестная величина, которую требуется найти. Она обозначалась иероглифом «множество» («куча») вместо величины «икс» (x) в современной математике. При решении уравнения египтяне подбирали искомую величину (значение x), которая подходила бы по условию задачи.

В этих древних папирусах содержатся также различные задачи, связанные с определением количества зерна, необходимого для приготовления определённого количества кружек пива; задачи, связанные с различием сортов зерна; расчёты, связанные с календарём, в котором указывались даты религиозных праздников и предсказания ежегодных разливов Нила. Задачи и решения, приведённые в папирусах, были без объяснений.

Нужно отметить, что геометрия у египтян сводилась к вычислениям площадей прямоугольников, треугольников, трапеций, круга, а также к формулам вычисления объёмов некоторых тел. Отметим, что математика, которую египтяне использовали при строительстве пирамид, была простой.

Текст 3. Вавилонские цифры

Самыми древними цифровыми знаками являются вавилонские знаки. Древние греки называли эту страну Месопотамией, что по-русски обозначает «Междуречье», так как расположена она была в долине между двумя реками-близнецами — Тигром и Евфратом. Часть Месопотамии занимало могучее государство, столицей которого был город Вавилон. Четыре тысячелетия назад в Вавилоне расцветала наука и существовали библиотеки, в которых не было печатных книг, но зато существовали глиняные таблички, на которых вавилонские мудрецы писали свои труды. Часть глиняных табличек дошла до наших дней (более 500 тыс., из них около 400 связаны с математикой). Многие сохранившиеся клинописные

материалы представляли собой учебные пособия для вавилонских школьников, в которых приводились решения различных несложных задач, часто встречавшихся в практической жизни. В Древнем Вавилоне пользовались клинописью и с помощью клинописных знаков и их комбинаций записывали числа. Вавилоняне использовали шестидесятеричную систему счисления, которая используется и в наше время. Они создали свою систему весов и мер, в которой каждая последующая мера оказывалась больше предыдущей в 60 раз. Отсюда берёт начало современное деление времени — секунда, минута, час: 1 час = 60 минут, 1 минута = 60 секунд.

Для записи чисел менее 60 использовались два знака: прямой клин ∇ — для единиц, лежащий клин \langle — для десятков. Для нуля использовался символ \bowtie . Например, число 3 записывалось $\nabla\nabla\nabla$, а число 32 — $\langle\langle\langle\nabla\nabla$. С помощью этих знаков можно было написать любое другое число, при этом использовались как принцип сложения, так и умножения, а более крупные числа всегда предшествовали меньшим (рис. 12).

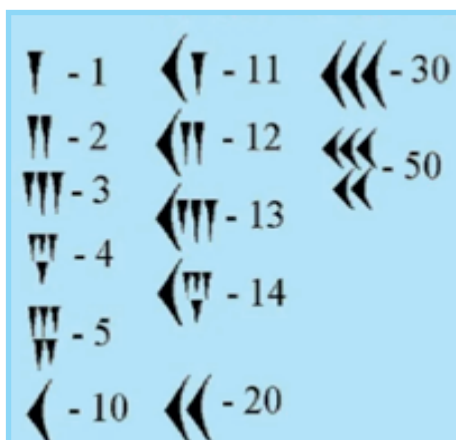


Рис. 12

Вавилонская математическая наука стояла выше греческой или римской, потому что ей принадлежит одно из самых выдающихся достижений в развитии систем обозначений чисел — принцип позиционности, согласно которому один и тот же числовой знак (символ) имеет различные значения в зависимости от того места, где он расположен. В основе этой системы лежало не число 10, как мы привыкли, а число 60. Они раскладывали каждое число по степеням 60 и использовали для его записи 60 различных цифр.

Основой вычислительной техники вавилонян были громоздкие комплекты специальных арифметических таблиц, которые включали таблицы для умножения (отдельно для умножения на 1...20, 30...50), квадратов, кубов и многие другие. Деление целых чисел m на n вавилоняне заменяли умножением $m \times (1/n)$, а для нахождения $1/n$ использовалась таблица обратных величин. Операция сложения называлась «накопление», или «прибавление», при вычитании употреблялся глагол «вырывать», а термин для умножения означал «скушать».

В основном математика у жителей Вавилона была связана с бытом и ведением хозяйства. Арифметика использовалась при расчёте товаров, обмене денег и для решения огромного количества задач при строительстве зернохранилищ, каналов и других полезных сооружений. Одной из главных задач математики в Вавилоне было составление календаря, так как именно на него опирались жители Вавилона, создавая график сельскохозяйственных работ.

Текст 4. Счёт в Древней Греции

Греческая система счисления являлась непозиционной, алфавитной записью чисел, в которой в качестве символов для счёта употребляют буквы классического греческого алфавита.

У древних греков были две системы обозначения чисел. По более старой из них числа от 1 до 4 обозначались с помощью вертикальных чёрточек, а для числа 5 применялась буква Γ — первая буква греческого слова «пента», т. е. «пять». Далее использовались буквы: Δ — для числа 10, Η — 100, Χ — 1000, Μ — 10 000 (с них начинались греческие слова: «дека» — десять, «гекатон» — сто, «хилиас» — тысяча, «мюриас» — десять тысяч). Так, число 6 греки обозначали ΓΙ, а число 20 — ΔΔ. Для того чтобы написать число 50 или пятьсот, буквы Δ или Η «подвешивали» к перекладине буквы Γ. Более поздняя система записи была основана на использовании букв алфавита. В III в. до н. э. в Греции появилась числовая система, где каждой цифре соответствовал свой знак алфавита (рис. 13).

Для обозначения чисел использовались 24 буквы греческого алфавита и ещё три дополнительные старинные буквы, вышедшие из употребления. Эти 27 букв разбили на три группы, по 9 букв в каждой. Первой девяткой букв греки обозначили числа от 1 до 9. Например, первой буквой своего алфавита α (альфа) они обозначили число 1, второй β (бета) — число 2 и так до буквы θ (тета), которая обозначала число 9. Вторая девятка букв обслуживала числа от 10 до 90, а третья — числа от 100 до 900. Числа, кратные 1000 (2000, 30000, ... 8000), до 9000 обозначались так же, как первые девять целых чисел от 1 до 9, но перед каждой буквой ставилась вертикальная черта.

α	1	ι	10	ρ	100
β	2	χ	20	σ	200
γ	3	λ	30	τ	300
δ	4	μ	40	ω	400
ε	5	ν	50	φ	500
κ	6	ξ	60	χ	600
ζ	7	ο	70	ψ	700
η	8	π	80	ω	800
θ	9				

Рис. 13

Но эта система уступила место иной, в которой числа обозначали буквами с чёрточками над ними. Запись $\bar{\tau}\bar{\iota}\bar{\delta}$ читали 314. Если нужно было обозначить цифру тысяч, то писали соответствующую букву из разряда единиц, а внизу слева добавляли запятую. Например, $\bar{\eta}\bar{\phi}\bar{\mu}\bar{\alpha}$ по-гречески означало 8541. Самым большим числом, имевшим отдельное название, в Греции было число 10 000. Десятки тысяч обозначались буквой М (от греч. *мириои* — 10 000), после которой ставилось то число, на которое нужно было умножить 10 000, его обозначали буквой М. Для краткости вместо М позднее стали писать точку. А наибольшим числом, которое умели обозначать греки, было число 99 999 999. Начиная с VI в. греки начали использовать в качестве цифр первые десять знаков алфавита.

В Древней Греции появилось увлечение, которое давало возможность составлять из букв не только слова, но и числа. Этим стали заниматься не только в Греции, но и в странах Востока. Буквы какого-нибудь слова заменяли их числовыми значениями и полученные числа складывали. А некоторые поэты в Древней Греции писали стихи, в которых не было рифмы, но сумма чисел, заменявших буквы каждой строки, была одной и той же для всех строк.

Текст 5. Римская нумерация

Древние римляне пользовались нумерацией, которая сохраняется до настоящего времени, её называют римской. Все знают римские цифры, потому что они используются на циферблатах часов, надписях на мемориальных досках, при нумерации страниц книг и т. д. Мы пользуемся римской нумерацией для обозначения веков, юбилейных дат, наименования съездов и конференций, нумерации глав книги или строф стихотворения (рис. 14).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	100	500	1000
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	L	C	D	M

Рис. 14

Известно, например, что L — это 50, C — 100, D — 500, M — 1000. Знаки C и M это первые буквы слов *centum* (100) и *mille* (1000). Знаки L и D очевидно также были первыми буквами каких-то слов, однако слова эти до нас не дошли. Можно только предполагать, что это были слова или выражения какого-то латинского наречия.

Позже римские цифры выглядели так: I = 1; V = 5; X = 10; L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000. Все целые числа (до 5000) записывались с помощью повторения чисел. С помощью этих чисел римляне писали числа, используя правила сложения и вычитания, например, LX = 60 (50 + 10); XL = 40 (50 – 10); CM = 900 (1000 – 100); MC = 1100 (1000 + 100) и т. д. (рис. 15).

I	1
III	$1 + 1 + 1 = 3$
VI	$5 + 1 = 6$
IV	$5 - 1 = 4$
LX	$50 + 10 = 60$
XL	$50 - 10 = 40$

Рис. 15

Если большее число стоит перед меньшим, то числа складываются; если же меньшее число стоит перед бóльшим (в этом случае оно не может повторяться), то меньшее вычитается из большего. Подряд одно и то же число ставится не более трёх раз. Например, число 19 записывается XIX, а число 47 — XLVII.

Римской нумерацией очень долгое время пользовались страны Западной Европы.

Текст 6. Счёт в Древнем Китае

Древние китайцы вначале пользовались непозиционной системой счисления. В Китае цифры от 1 до 9 обозначали палочками из слоновой кости или бамбука. Одна вертикальная палочка обозначала 1, пять палочек — 5, у цифр от 6 до 9 сверху ещё добавлялась горизонтальная палочка, которая обозначала 5. Например, число 6 обозначалось вертикальной палочкой и сверху горизонтальной (рис. 16). Число 10 обозначалось вертикальной палочкой и 0. Далее числа обозначались так: десятки — вертикальными палочками, единицы — горизонтальными, а целые десятки — дополнительным нулём.

					┌	└	┘	┙
1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	==	≡	≡	≡	└	└	└	└
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Рис. 16

Затем цифры в Древнем Китае обозначались специальными иероглифами, которые появились во II тысячелетии до н. э. и применяются в настоящее время (рис. 17).

1	一	10	十	100	百
2	二	20	二十	200	二百
3	三	30	三十	300	三百
4	四	40	四十	400	四百
5	五	50	五十	500	五百
6	六	60	六十	600	六百
7	七	70	七十	700	七百
8	八	80	八十	800	八百
9	九	90	九十	900	九百

Рис. 17

Китайский способ записи чисел изначально был мультипликативным, потому что при записи использовалось умножение. Например, запись числа 548, если использовать вместо иероглифов арабские числа, будет выглядеть так: 51004108 (для наглядности разрядные цифры подчёркнуты). В Древнем Китае это число записывалось так: **五百四十八**. Мы представляем это число в виде суммы разрядных слагаемых, где каждое слагаемое — произведение:

$$548 = 5 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Видно, что числа в этой системе записывались так, как и в настоящее время — слева направо, от больших к меньшим. Если какой-либо разряд отсутствовал, ничего не писали, оставляли место, позже — около XII в. н. э. — стали писать вместо отсутствующего разряда кружок. Эта система записи возникла около 4 тысяч лет тому назад и является одной из самых старейших и прогрессивных.

На практике расчёты выполнялись на специальной счётной доске суань-пань (рис. 18) или на счётах. Вычисления производились аналогично русским счётам. Только при вычислении на счётах в основе лежало не 10, а 5 (рис. 19).



Рис. 18

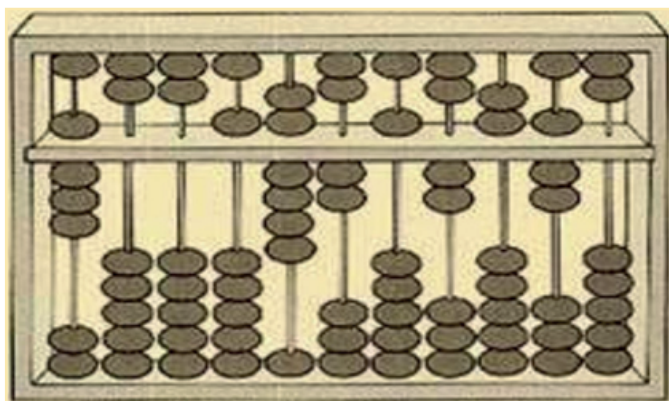


Рис. 19

Счёты разделены на две части: нижняя — на каждой жёрдочке по пять бусин, верхняя — на каждой жёрдочке по две бусины. Для откладывания числа 6 нужно взять по одной бусине в каждой части одной жёрдочки.

Для умножения использовалась специальная таблица, для запоминания которой существовала специальная песня, её ученики заучивали наизусть. Наиболее содержательное математическое сочинение Древнего Китая — «Математика в девяти книгах». Китайцам было известно многое, включая нахождение наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного чисел. Знали они действия с дробями, пропорции, отрицательные числа, площади и объёмы основных фигур и многое другое.

Текст 7. Развитие славянской нумерации

Восточнославянские племена, древние предки русской, украинской и белорусской народностей начали формироваться около 2–3 тысяч лет до н. э. Согласно общепринятой версии, письменность на Руси появилась в 860-х гг. н. э. Кириллица, или кириллический алфавит, была создана на основе греческого алфавита, но в него был также добавлен ряд букв, отражающих особенности славянской устной речи. Кириллица, в том или ином виде, используется сейчас в России, Республике Беларусь, Украине, Сербии, Болгарии и ряде стран Восточной Европы.

В начале нумерация славян была не позиционной, наши предки пользовались алфавитной нумерацией, т. е. числа изображались буквами и устанавливались в порядке следования в алфавите. В Древней Греции также существовала алфавитная нумерация, возникшая ещё в VI в. до н. э., которая и перешла к славянам. Первые девять букв греческого алфавита обозначали цифры от 1 до 9, следующие девять букв — десятки, остальные — сотни.

Славянская кириллическая нумерация была создана вместе со славянской алфавитной системой для переписки священных книг для славян греческими монахами — братьями Кириллом (Константином) и Мефодием в IX в. Числа от 1 до 9, затем десятки и сотни изображались последовательными буквами славянского алфавита. Из этого общего правила были некоторые исключения: цифра (число) 2 обозначалось не второй по счёту буквой «буки», а третьей — «веди». «Фита», стоящая на конце славянского алфавита, обозначала 9. Некоторые буквы не использовались, а для указания того, что знак является не буквой, а цифрой, сверху над ним ставили специальный знак «~», называемый «титло». Чтобы отделить такие буквы-числа от текста, спереди и сзади ставились точки.

Записывались цифры числа, начиная с больших значений и заканчивая меньшими, слева направо. Если десятков, единиц или какого-то другого разряда не было, то его пропускали. Интереснее всего записывались числа второго десятка: читаем дословно «четырнадцать» — «четыре на десять». Как слышим, так и пишем: не $10 + 4$, а $4 + 10$ — четыре на десять. И так для всех чисел от 11 до 19.

В одной из русских рукописей XVII в. можно прочесть следующее: «...знай же то, что есть сто и что есть тысяща, и что есть тьма, и что есть легион,

и что есть леодр...», «...сто есть десятью десять, а тысяща есть десять сот, а тьма есть десять тысяч, а легион есть десять тем, а леодр есть десять легионов...» (рис. 20).

<p> ¹ ² ³ ⁴ ⁵ ⁶ ⁷ ⁸ ⁹ А В Г Д Е Ѕ З И Я <i>аз ведеи глаголь добра есть зело земля иже фита</i> <i>1 2 3 4 5 6 7 8 9</i> </p>	<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td>Тысяча</td> <td>1000</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Тьма</td> <td>10 000</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Легион</td> <td>100 000</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Леодр</td> <td>1 000 000</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Ворон</td> <td>10 000 000</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Колода</td> <td>100 000 000</td> </tr> </tbody> </table>		Тысяча	1000		Тьма	10 000		Легион	100 000		Леодр	1 000 000		Ворон	10 000 000		Колода	100 000 000
		Тысяча	1000																
		Тьма	10 000																
		Легион	100 000																
		Леодр	1 000 000																
		Ворон	10 000 000																
	Колода	100 000 000																	
<p> ¹⁰ ²⁰ ³⁰ ⁴⁰ ⁵⁰ ⁶⁰ ⁷⁰ ⁸⁰ ⁹⁰ І К Л М Н Ѕ О П Ч <i>и како люди мыслете наш кси он покой червь</i> <i>10 20 30 40 50 60 70 80 90</i> </p>																			
<p> ¹⁰⁰ ²⁰⁰ ³⁰⁰ ⁴⁰⁰ ⁵⁰⁰ ⁶⁰⁰ ⁷⁰⁰ ⁸⁰⁰ ⁹⁰⁰ Р С Т У Ф Х ПШ О Ц <i>рцы слово твердь ук ферт за пси о цы</i> <i>100 200 300 400 500 600 700 800 900</i> </p>																			

Рис. 20

Для обозначения больших чисел славяне придумали свой оригинальный способ: десять тысяч — «тьма», десять «тем» — «легион», десять «легионов» — «леорд», десять «леордов» — «ворон», десять «воронов» — «колода».

Для обозначения десятков тысяч, называемых «тьма», использовалось ещё дополнительное обведение единиц кружками, например числа 10 000, 20 000, 50 000 соответственно записывались так, как показано на рисунке 20. Отсюда и произошло выражение «тьма народу», т. е. очень много народу. В сотнях тысяч, которые назывались «легионы», также обводились единицы, только кружками из точек. Например, числа 100 000, 200 000 соответственно имели обозначение, как показано на рисунке 20. Миллионы назывались «леодры». Их обозначали, обводя знаки единиц кружками из лучей или запятых. Сотни миллионов назывались «колоды». «Колода» имела специальное обозначение: над буквой и под буквой ставились квадратные скобки.

В приведённой системе обозначения чисел не шли дальше тысяч миллионов. Такой счёт назывался «малый счёт». В некоторых рукописях авторами рассматривался и «великий счёт», далее говорилось: «И более сего несть человеческому уму разумети». Судя по структуре русских числительных, счёт в России издавна вёлся десятками и сотнями.

Такой способ обозначения чисел, по сравнению с принятой в Европе десятичной системой, был очень неудобен и употреблялся в России до XVI в., а до XVII в. эта форма записи чисел была также официальной на территории современной России, Республики Беларусь, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии. До сих пор православные церковные книги используют эту нумерацию.

Затем в Россию и другие славянские страны постепенно стала проникать десятичная позиционная система счисления. Петр I ввёл в России привычные для нас десять цифр, отменил буквенную «цифирь», и она окончательно была вытеснена. При Петре I возобладали так называемая арабская нумерация, которой мы пользуемся и сейчас. Арабская нумерация, заменившая славянскую кириллическую, более практична и намного проще.

К XVI в. относится изобретение замечательного счётного прибора, получившего впоследствии название «русские счёты», который повсеместно стал использоваться для подсчётов. Как полагают, идея создания этого прибора принадлежит русским купцам Строгоновым.

Текст 8. Развитие обыкновенных дробей

Одним из самых сложных разделов математики до настоящего времени считается раздел «Дроби». История дробей неразрывна связана с решением различных задач, в которых нужно было делить целое на части или выполнять действия с частями. История дробей насчитывает не одно тысячелетие. В жизни человеку приходилось не только считать предметы, но и измерять величины — длину, площадь, объём, массу. При измерении часто случалось, что единица измерения не укладывалась в целое число раз в измеряемой величине. Поэтому существенной причиной появления дробных чисел следует считать измерение величин при помощи выбранной единицы измерения. В связи с этой необходимой работой люди стали употреблять выражения: «половина», «треть», «четверть». Можно сделать вывод, что дробные числа возникли как результат измерения величин.

Первоначальная форма записи отличалась от нынешней, с годами она менялась и усложнялись операции, проводимые с дробями. Каждый народ прошёл свой путь развития дробей. Термин «дробь» имеет арабские корни и происходит от слова, обозначающего «ломать, разделять». Сегодня различают два способа записи дробей — обыкновенные дроби и десятичные дроби, которые возникли в разное время. Обыкновенные дроби появились раньше и являются более древними. Согласно данным археологических раскопок история возникновения обыкновенных дробей насчитывает около 5 тысяч лет. Впервые начали использовать дроби на территории Египта и Вавилона, они встречаются в египетских папирусах и на вавилонских глиняных табличках.


В этих древних государствах были различия их введения, но основа была одинаковой. Самой первой дробью во всех странах стала половина, или $\frac{1}{2}$. Дальше возникла четверть, треть и т. д. Система записи дробей, правила действий с ними заметно различались как у разных народов, так и в разные времена у одного и того же народа. Человечество прошло через многие варианты записи дробей, пока не пришло к современной записи. Система записи обыкновенных дробей была создана в Древней Индии, их запись отличалась от записи у других народов тем, что числитель располагался внизу, а знаменатель — вверху и не было черты дроби. Современный нам способ стали использовать арабы. Но никто из названных народов не применял горизонтальную черту для деления

числителя и знаменателя. Впервые она появляется в Средние века в трудах Леонардо Пизанского, более известного как Фибоначчи, в 1202 г.

Дроби в Древнем Египте

Необходимость в дробях у египтян возникла в связи с высоким развитием архитектуры. Ведь для того чтобы строить пирамиды, дворцы и храмы, им приходилось вычислять площади, длины, объёмы и т. д. Чтобы их вычислить, им нужно было знать арифметику, в частности дроби. В Древнем Египте использовались так называемые египетские дроби, которые назывались основными, или единичными. Египтяне использовали дробь вида $\frac{1}{n}$, числитель которой всегда единица, а знаменатель — натуральное число, потому что дробь представлялась ими как одна часть чего-либо. Исключением были только дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$, для которых были введены особые обозначения. Остальные дроби египтяне записывали в виде суммы дробей, у которых в числителе была единица. Дробь, числитель которой отличен от единицы, египетский писец понимал как несколько частей какого-либо числа. Например, дробь $\frac{2}{5}$ рассматривалась как дважды подряд $\frac{1}{5}$, т. е. как сумму двух одинаковых слагаемых $\frac{1}{5}$. Иногда приходилось представлять дробь в виде большего числа слагаемых вида $\frac{1}{n}$. Например, дробь $\frac{7}{8}$ ($\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$) представлялась в виде трёх слагаемых, где каждое слагаемое вида $\frac{1}{n}$. Поэтому египетская система дробей была очень громоздкой. Процесс представления любой дроби в виде суммы дробей с единицей в числителе был трудоёмким, поэтому существовали таблицы записи различных дробей, которые помогали в работе.

Все арифметические операции с такими дробями египтяне проводили с использованием таблиц. Это было непросто, вычисления были громоздкими. Этим в основном занимались жрецы, поэтому о таких людях говорили, что они очень много знают.

Наиболее древнее (из известных упоминаний такой системы) встречается в Математическом папирусе Ринда, который датируется началом II тысячелетия до н. э. В этом папирусе дана таблица дробей, представленных в виде суммы дробей вида $\frac{1}{n}$, и математические задачи с решениями и ответами. Египтяне умели складывать, делить и умножать дроби. Они записывали их с помощью иероглифов. Египтяне ставили иероглиф  («[один] из» или рот) над числом для обозначения единичной дроби в обычной записи. Представление дроби в виде суммы слагаемых вида $\frac{1}{n}$ использовалось математиками не только этой страны. Египетские дроби применялись на территории Греции и других государств до Средних веков.

Дроби в Древнем Вавилоне

История возникновения дробей в Вавилоне связана с особенностями системы счисления. Техника счёта в Вавилоне была удобнее и совершеннее, чем в Египте. Система счисления в Вавилоне была шестидесятеричной. Каждый новый разряд отличался от предыдущего на 60. Дроби также были шестидесятеричными. Для записи использовали специальные значки. Судить о достижениях в математике вавилонян сегодня можно по сохранившимся глиняным табличкам, заполненным клинописью, которые дошли до нас в большом количестве. Как и в Египте, примеры с дробями содержали отдельные символы для обозначения дробей $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$. Вавилонская система не исчезла вместе с государством. Дробями, написанными в шестидесятеричной системе, пользовались античные и арабские астрономы и математики.

Дроби в Древней Греции

Жители Древней Греции считали, что математика должна оперировать лишь целыми числами, поэтому выражения с дробями практически не встречаются на страницах древнегреческих источников, дошедших до нас. Однако определённый вклад в этот раздел математики внесли пифагорейцы, которые построили общую теорию дробей, научились проводить все четыре арифметические операции, а также сравнивать дроби путём приведения их к общему знаменателю. Они понимали дроби как отношения, а единицу считали неделимой.

Дроби в Древнем Риме

В Древнем Риме использовали двенадцатеричные дроби. У римлян основной единицей измерения массы, а также и денежной единицей служил «асс». «Асс» делился на 12 равных частей — унций. Из них складывали все дроби со знаменателем 12, т. е. $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$. Со временем унции стали применяться для измерения любых величин. Так возникли римские двенадцатеричные дроби, т. е. дроби, у которых знаменателем всегда было число 12. Вместо $\frac{1}{12}$ римляне говорили «одна унция», вместо $\frac{5}{12}$ — «пять унций» и т. д. Три унции назывались четвертью, четыре унции — третью, шесть унций — половиной. Эта система измерения до сих пор используется на мировом рынке драгоценных металлов. Для обозначения дробей существовало ещё 18 названий. Вот некоторые из них: «семис» — половина «асса»; «секстанте» — шестая доля «асса»; «семиунция» — пол-унции, или $\frac{1}{24}$ «асса». Неудобство такой системы заключалось в невозможности представить число в виде дроби со знаменателем 10 или 100.

Славянские дроби

Ещё в стародавние времена русские мастера-строители для того, чтобы получить качественный материал, например кирпич для строительства, использовали дроби, добавляя к определённым долям глины определённые доли золы, извести

и других компонентов. Именно поэтому храмы и церкви, возведённые в IX–XI вв., дошли до нас, что подтверждает высокое качество строительных материалов.

На русской земле первым математиком, изложившим деление целого на части, стал новгородский монах Кирик, который в 1136 г. написал труд, описывающий метод «счисление лет». Монах Кирик занимался вопросами хронологии и календаря и описал деление часа на части: пятые, двадцать пятые доли и т. д.

Само слово «дробь» появилось на Руси в VIII в. Оно произошло от глагола «дробить, разделять на части». Для названия дробей наши предки использовали специальные слова. Например, $\frac{1}{2}$ обозначалась как половина, или полтина, $\frac{1}{4}$ — четь, $\frac{1}{8}$ — полчеть, $\frac{1}{16}$ — полполчеть и т. д. Деление целого на части на русских землях также применялось при расчёте размера налога в XV–XVII вв., при этом использовались операции сложения, вычитания, деления и умножения с дробными частями. В первых учебниках по математике на Руси дроби назывались долями. Большой вклад в изучение дробей внес Леонтий Филиппович Магницкий, который первым изложил полную теорию дробей, которая мало чем отличалась от современной. Он написал первый учебник по математике — «Арифметика» (1701), который состоял из нескольких частей. В разделе «О числах ломаных или с долями» автор подробно рассказывал о дробях; раскрыл такие понятия, как числитель, знаменатель, черта дроби, обыкновенная дробь, правильная и неправильная дробь, смешанное число и т. д. В учебнике Магницкий приводил разные обозначения «ломанных» чисел и выполнял действия с ними.

В повседневной жизни обыкновенные дроби используются очень часто:

- при делении целого на части;
- при нумерации домов;
- при различных измерениях;
- в медицине (назначается доза — половина таблетки);
- в кулинарии (по рецепту необходимо добавить треть чайной ложки соды);
- в спорте (четвертьфинал, полуфинал);
- в строительстве для приготовления смесей и т. д.

Обыкновенные дроби служат нам не только в повседневной жизни, но и в профессиональной деятельности.

Текст 9. Развитие десятичных дробей

Десятичные дроби используются в различных отчётных документах, медицине, образовании, торговле, налоговой службе, фармацевтике и т. д.

Если история возникновения обыкновенных дробей началась в Египте, то история возникновения десятичных дробей, которыми мы пользуемся сегодня, ведётся из Древнего Китая, где они обозначали меры длины.

В Древнем Китае десятичные дроби стали использовать примерно с III в. до н. э. Их история началась с китайского математика Лю Хуэя, впервые предложившего их использовать. Уже в III в. н. э. десятичные дроби в Китае стали применяться при расчёте веса и объёма. Постепенно они всё глубже начали проникать в математику.

Независимо от китайских учёных, десятичные дроби открыл астроном аль-Каши из древнего города Самарканда, который жил и трудился в XV в. Своё более полное и систематическое изложение получают десятичные дроби в трактате «Ключ к арифметике», который вышел в 1427 г. Аль-Каши предложил использовать новую специфическую форму записи дробей. И целую, и дробную части он писал в одной строке, а для их разделения запятую не использовал. Аль-Каши писал целое число и дробную часть разными цветами, используя чёрные и красные чернила. Иногда для разделения целой и дробной части аль-Каши применял вертикальную черту.

В Европе десятичные дроби стали использоваться гораздо позже — спустя 300 лет, с XIII века в трудах европейских математиков. При этом с трудами аль-Каши, как и с изобретением китайцев, европейцы не были знакомы. Сначала десятичные дроби появились в трудах Иордана Неморария, затем их использовал в XVI в. французский математик Франсуа Виет. Французский учёный написал «Математический канон», в котором использовал десятичные дроби. Для разделения целой и дробной части учёный применял вертикальную черту, а также разный размер шрифта. Это были единичные случаи использования десятичных дробей. Для решения повседневных задач десятичные дроби в Европе стали применяться несколько позже, благодаря голландскому учёному Симону Стевину (1548–1620), в конце XVI в. Его и считают создателем десятичных дробей. В 1585 г. он издал математический труд «Десятая». В этой книге учёный изложил теорию использования десятичных дробей в арифметике, в денежной системе и для определения мер и весов. Он старался убедить людей пользоваться десятичными дробями, говоря, что при их использовании «изживаются трудности, распри, ошибки, потери и прочие случайности, обычные спутники расчётов». Стевин также не пользовался запятой, а отделял целую часть от дробной при помощи нуля, обведённого в круг.

Впервые запятая для отделения целой части от дробной появилась только в 1592 г., но в Англии вместо неё стали применять точку, а на территории США до сих пор десятичные дроби пишут с использованием точки для отделения целой части от дробной. Одним из инициаторов использования обоих знаков препинания для разделения целой и дробной части был шотландский математик Джон Непер. Он высказал своё предложение в 1616–1617 гг. Именно благодаря этому мы и получили те дроби, которыми пользуемся сегодня. Запятой пользовался и немецкий учёный Иоганн Кеплер.

Развитие промышленности, торговли, науки и техники требовало всё более громоздких вычислений, которые с помощью десятичных дробей стало выполнять легче, чем с помощью обыкновенных. Широкое применение десятичные дроби получили в XIX в. после введения тесно связанной с ними метрической системы мер и весов. И сегодня десятичные дроби используются во всех расчётах.

Вы познакомились с текстами и подготовили свои материалы и презентации, поэтому необходимо подвести итоги выполнения исторических мини-проектов и проанализировать свои результаты. Оцените, всё ли у вас получилось и что бы вы изменили или скорректировали в своей деятельности при выполнении следующих проектов.

Материалы для индивидуальных мини-проектов

Мини-проект

«Разработка однодневного путешествия по Беларуси»

Всем нравится путешествовать. Разработать маршрут путешествия — занятие не менее увлекательное, чем собственно само путешествие. Сначала определимся с терминологией. Маршрут путешествия — это план путешествия (места, которые мы хотим посетить), логистика путешествия (т. е. порядок посещения мест и способ перемещения), а также время, которое мы затратим на посещение каждого места.

а) Выбираем маршрут путешествия.

Куда поехать? Определиться с направлением и форматом будущего путешествия помогут собственные вкусы и предпочтения, а также фото, видео, книги о путешествиях и социальные сети.

Вкусы и предпочтения во многом определяют формат будущего путешествия — одним хочется поехать на озеро Нарочь или какое-то другое озеро нашей страны, чтобы поплавать и позагорать или порыбачить. Другие хотят посетить исторические места Республики Беларусь и узнать много нового. Кто-то хочет съездить в гости к бабушке или ещё куда-нибудь. Грамотно составленный маршрут путешествия — это основа любой самостоятельной поездки! От того, насколько хорошо вы составите маршрут самостоятельного путешествия, зависят и ваши расходы, и ваш комфорт, и ваши впечатления. Неважно, куда вы собираетесь, главное — знать, с чего начать, и учесть все важные нюансы. Если у вас хороший маршрут путешествия, то даже однодневная поездка будет удачной.

Узнайте больше о месте (местах), которые вы собираетесь посетить: как добираться, что можно посмотреть или как можно провести время.

б) Оформление маршрута и выбор транспорта.

Оформите с помощью карты свой маршрут и выберите вид транспорта (машина, автобус, электричка или поезд). Возможно, до места назначения вы планируете добираться двумя видами транспорта.

Если вы выбрали поездку на машине, то необходимо учесть время переездов и небольшие остановки для перекуса/пикника/прогулки/, как и где будете обедать.

На карте сразу определите маршрут с остановками: так будет легче составить отчёт о путешествии.

Можно все данные о путешествии вносить в таблицу. В эту же таблицу можно занести предполагаемые расходы и предполагаемый бюджет.

в) Оформление предполагаемой сметы путешествия.

В смету путешествия входят все расходы, включая покупку билетов, стоимость топлива (если поездка на машине), стоимость перекусов, обеда и ужина. Оформите самостоятельно таблицу, в которую будут внесены все расходы (табл. 4).

Смета

Расходы	Поездка на поезде или электричке	Поездка на автобусе	Поездка на машине
Расходы на билеты или топливо			
Расходы на экскурсии			
Расходы на перекусы			
Расходы на обед			
Расходы на ужин			

Вы можете составить свою таблицу, потому что каждый выбирает свой вид транспорта.

г) *Оформление материалов своей разработки.*

При оформлении материалов выполнения мини-проекта (лучше всего оформить презентацию) нужно показать: карту с выбранным маршрутом, вид транспорта, полную смету путешествия и, конечно же, фотоматериалы.

Мини-проект «Мы заводим домашнего питомца»

Каждый из вас мечтает завести домашнего питомца, а потом начинает об этом жалеть, потому что оказывается не готов к ответственности или не может ужиться с питомцем. Многие оказываются в сложной ситуации, потому что заранее не выяснили, с какими проблемами могут столкнуться начинающие владельцы животных. Вот некоторые из них:

1. Вам придётся придрерживаться нового режима.

Какое бы животное вы не завели, оно требует дополнительного времени и ухода. Если вы собираетесь завести собаку, то с ней нужно гулять два раза в день и как минимум полчаса играть или заниматься дрессировкой. Некоторым породам и этого недостаточно (бодрым лайкам нужно от трёх до пяти часов активных упражнений в день), в противном случае пёс будет скучать, грызть мебель и стены, а может и вовсе впасть в депрессию или заболеть. Со щенками любой породы возни и выгулов намного больше. С кошками дела обстоят попроще, но и им нужно соблюдать режим кормления и игр, нельзя просто оставить много сухого корма и воды, а потом уйти надолго, это скажется на благополучии питомца. Много внимания потребуют птицы, рыбки и хомячки. За каждым питомцем нужен уход.

2. Придётся изменить привычки и подстроиться под новые реалии.

Необходимо будет изменить своё пространство, особенно пока питомец (собака или кошка) ещё не приучен: еду нельзя будет оставить на столе; мусор придётся прятать в ведро с крышкой, чтобы по всей квартире не валялись объедки или животное не отравилось. Если вы собираетесь завести птицу, то нужно знать, что клетка должна стоять у стены в достаточно освещённом месте, но не на окне. Поэтому, возможно, придётся сделать перестановку.

Отпуск тоже принесёт проблемы, потому что придётся решить, где и с кем оставить питомца: нужно будет договориться с другом или родственником о помощи или найти надёжный приют.

3. Содержание питомца требует больших затрат.

Породистые собаки и кошки стоят дорого. Если вы возьмёте животное из приюта, то платить за покупку вам не придётся, но это не избавит вас от дальнейших трат.

Ежемесячные расходы непременно увеличатся: питомцам необходим хороший корм, собаке — ошейники, поводки и игрушки; кошке — наполнители для туалета и сам туалет; рыбкам — аквариум, терморегулятор, компрессор, фильтр, сачок, растения; птице или хомяку — клетка с оборудованием. Если нужно будет посещать занятия по дрессировке (для собак) или обратиться к зоопсихологу, то платить придётся много. Немало стоят как регулярные (для прививок), так и внеплановые обращения к ветеринару.

4. У каждого питомца будут свои особенности.

Нельзя предугадать, какой характер будет у вашего животного, у разных пород собак и кошек есть свои особенности — как психологические, так и физиологические, — и их стоит учесть заранее. Свои особенности, которые нужно учитывать, есть у хомяка и различных птиц, в аквариум нельзя заселять рыб, которые не могут жить вместе.

Таким образом, чтобы завести питомца, нужно знать особенности содержания данного животного, особенности породы, просчитать все затраты и неудобства и решить — заводить питомца или нет.

а) Выбираем, какого питомца мы собираемся завести.

Выбираем из предложенных мини-проектов:

Мы заводим хомячка.

Мы заводим попугая.

Мы заводим аквариумных рыбок.

Мы заводим кошку.

Мы заводим собаку.

Вам нужно выбрать один из этих проектов и в зависимости от своего выбора узнать больше о предполагаемом питомце.

б) Подготовка материала об особенностях породы (для собак, кошек, попугаев и хомячков), вида (для рыб) и содержания.

Материал может быть представлен в таблице либо в виде инструкции, в которой необходимо отразить: особенности породы и содержания; необходимый корм; какой аквариум (для рыб) или клетка (размер, объём) необходим. Приведём пример таблицы по оформлению материалов при выборе в качестве питомцев аквариумных рыбок (табл. 5).

Таблица 5

**Материалы об особенностях вида и условиях содержания
аквариумных рыбок**

Название рыбок	Особенности содержания	Необходимый объём для одной рыбки	Дополнительные данные (минимальное количество)
Гуппи			
Меченосцы			
Гурами			
Сомики			
Барбусы			
Данио			
Золотые рыбки			

Вы можете подобрать свой список рыбок, главное, чтобы хищные рыбы не оказались в аквариуме вместе с миролюбивыми.

в) Оформление предполагаемой сметы при заведении питомца.

Материал тоже может быть представлен в таблице. Приведём пример таблицы по оформлению сметы для тех, кто хочет завести аквариум с рыбками (табл. 6).

Таблица 6

Смета по оборудованию аквариума

Наименование имеющегося товара и рыбок	Цена одной единицы в рублях)	Необходимый объём для одной рыбки	Дополнительные данные
Обогреватель № 1	22	–	обогрев до 80 л
Обогреватель № 2	28	–	обогрев до 100 л
Обогреватель № 3	32	–	обогрев до 150 л
Фильтр-компрессор № 1	20	–	фильтрация до 80 л
Фильтр-компрессор № 2	28	–	фильтрация до 100 л
Фильтр-компрессор № 3	36	–	фильтрация до 150 л
Растение 1	7		искусственное
Растение 2	10		живое
Растение 3	12		живое
Гуппи	3		
Меченосцы	5		
Гурами	8		
Сомики	6		
Барбусы	5		
Данио	5		
Золотые рыбки	10		

г) Оформление материалов своей разработки.

При оформлении материалов выполнения мини-проекта (лучше всего оформить презентацию) необходимо обосновать выбор питомца, подготовить материалы о его особенностях и условиях содержания, полную смету проекта и, конечно, фотоматериалы.

Мини-проект «Готовим вкусный салат»

Результатом выполнения проекта является рецепт салата и его смета на 5 порций.

Немного истории. История салатов начинается с тех, которые были придуманы римлянами в эпоху изобилия и многодневных пиров, где было заведено подавать блюда из трав и овощей, заправленных мёдом, солью и уксусом. Слово *salato* (солёный) обозначало «блюдо с заправкой». Чаще всего салат состоял из листьев латука (листовой — салат с зелёными или бордовыми листьями, не имеет кочана), салатного цикория (культурная форма цикория обыкновенного — растения, широко распространённого в дикой природе), лука; был заправлен оливковым маслом с мёдом и уксусом; подавался к мясу. Поэтому думать, что салат произошёл от названия одноименного овоща неверно, это листья латука (салата), как составляющее любого римского салата, получили своё имя от названия блюда. Целое тысячелетие римский салат оставался практически неизменным, но небольшие отклонения от основного рецепта всё же были. Например, в составе салата появлялись сыр, мята и петрушка.

Во времена Средневековья из кулинарии было вычеркнуто большое количество чудесных рецептов. А новая история салата начинается в эпоху Возрождения. Пища становится изящной, разнообразной; появляются новые продукты, строгие правила этикета. Салат — обязательное дополнение к торжественному столу. Большое распространение получили салаты во Франции. Повара экспериментировали с овощами и травами, смешивали разные сорта листьев салата (латука), сыра, добавляли свежие огурцы, артишоки и спаржу. В салатах до XVIII в. использовали только наземные овощи, а затем — корнеплоды. Большое внимание французы уделяли заправке салата; они использовали вино, различные уксусы, лимонный сок, но обязательными были оливковое масло и соль. Ещё добавляли измельчённые душистые травы и пряности.

В XIX в. ингредиентами салатов были свежие овощи, травы, корнеплоды и фрукты. В этом же веке в салате появляются мясные составляющие, яйца, а также солёные, квашеные и другие продукты. XIX в. можно считать началом эры майонезной заправки. Майонез и раньше подавался к некоторым блюдам и салатам, но только в России этот соус перемешивали с салатами. Предположительно, впервые майонез смешал с салатом мсье Оливье, первоначально использовавший майонез как отдельный соус для своего блюда, чем дал толчок целому течению в современной русской кулинарии.

В XX в. уже включали в салаты все виды мяса, рыбы, грибы, все виды фруктов, консервированные бобы и кукурузу, а яйца стали основой для любого советского салата. Салат перестаёт быть вспомогательным блюдом или закуской,

он переходит в разряд самостоятельных блюд. Являясь символом хорошей сытой жизни, салаты из ресторанной кухни перешли в дома обычных граждан, многократно изменяясь и упрощаясь. В советских салатах появляются колбаса, зелёный горошек, консервированная рыба, плавленый сыр, крабовые палочки, а вместе с этим практически исчезают листья свежего салата. Основной заправкой становится майонез и подсолнечное масло.

Теперь салатом называется простой сбор из холодных измельчённых кусочков овощей, рыбы, грибов, мяса, яиц, фруктов. В современное время салаты становятся все более разнообразными. Порой в их состав входят крупно порезанные или даже целые овощи. При этом салаты могут быть и горячими.

а) Выбираем рецепт любимого салата.

На первый взгляд может показаться, что приготовить вкусный и полезный салат проще простого. На деле же всё не так просто. Вы можете взять рецепт любимого салата из интернета или из поваренной книги. А можете составить его сами. Вот несколько советов для выбора рецепта или составления.

1) Сезонные фрукты и овощи.

Не стоит выбирать рецепт салата из овощей и фруктов вне сезона. Это значит, что полезных веществ там не так уж и много, а вкусовые характеристики таких плодов не идеальны.

2) Выбор заправки.

Не стоит выбирать калорийные заправки, к которым относятся, например, майонез и прочие магазинные соусы. Они заметно отягощают салат и моментально лишают его всей пользы.

3) Соблюдение баланса ингредиентов.

Приготовление салата без рецепта может быть неудачным. Подходите к делу с умом и анализируйте. Если у вас в тарелке много овощей, то добавьте любой вид сыра. Если же вы готовите салат из рыбы, то исключите дополнительные калорийные ингредиенты и добавьте больше овощей и зелени.

б) Оформление понравившегося рецепта и выбор необходимых ингредиентов.

Если Вы выбрали рецепт, то запишите его и правила приготовления; помните, что нужно ориентироваться на 5 порций салата при определении количества продуктов. Невозможно придумать рецепт идеального салата, но есть универсальный «конструктор», который поможет максимально удачно подобрать ингредиенты.

«Конструктор» салата

1. *Главный ингредиент.* К таким ингредиентам относятся мясо, птица и рыба. Исходя из этих ингредиентов, подбираются остальные. Если вы хотите приготовить менее сытный салат, то от главного ингредиента лучше отказаться.

2. *Любимые овощи.* В салате они обязательно должны быть, потому что свежие плоды не только полезны, но и вкусны. Если вы не хотите добавлять овощи, то не забудьте про зелень (рукола, мангольд, салат айсберг, любая капуста, шпинат).

3. *Что-нибудь питательное и солёное.* Конкретный продукт выбирайте в зависимости от своих вкусовых предпочтений. Это может быть сыр. Для салатов в итальянском стиле подойдут пармезан и моцарелла.

4. *Полезная заправка.* Для приготовления салата лучше выбирать максимально простые и полезные варианты. Это оливковое и другие виды растительного масла, бальзамический уксус, лимонный сок.

5. *Изюминка салата.* Завершающим ингредиентом могут стать рубленые орешки, сушёные ягоды и сухари, зёрна граната.

в) Оформление предполагаемой сметы салата на 5 порций.

В смету приготовления салата входят все расходы, включая покупку овощей и фруктов, стоимость заправки (майонез или растительное масло, сок лимона или йогурт). Оформите самостоятельно таблицу, в которую будут внесены все расходы (помните, что рецепт салата на 5 порций) (табл. 7).

Таблица 7

Расходы на приготовление салата

№	Ингредиенты	Количество	Цена

При оформлении материалов выполнения мини-проекта (лучше всего оформить презентацию) нужно обосновать выбор рецепта салата и указать, где взят рецепт (или разработан самостоятельно), подготовить материалы с указанием рецепта и полной сметы проекта и, конечно, предоставить фотоматериалы.

Мини-проект «Планирую ремонт в своей комнате»

Если у вас есть своя комната, то нужно внимательно посмотреть на потолок, стены и пол. Если своей комнаты нет, то выбирайте любую комнату вашей квартиры. Вам нужно определиться с объёмом работ и материалами. Необходимо выполнить план помещения в масштабе (отдельно пол и стены), определить количество расходных материалов и подготовить смету ремонта.

а) Выбираем материалы для ремонта потолка.

Как бы качественно ни был сделан ремонт потолка, тем не менее через какое-то время он потребует обновления. Всё зависит от того, какой у вас потолок (покрытый плиткой, натяжной или побелённый) и нужно ли его выравнивать (например, если заказывать натяжной потолок).

1. Плитка из полистирола (самый дешёвый вариант отделки потолка).

Плитку можно наклеить прямо на перекрытие, если старое покрытие держится достаточно крепко. Имея план потолка в масштабе и размеры плитки, можно посчитать необходимое количество плитки; нужно не забыть про клей.

2. Покраска потолка, если в прошлый раз потолок тоже был окрашен.

Нужно выбрать потолочную краску (водоэмульсионную или водно-дисперсионную), рассчитать необходимое количество; нужно не забыть про кисточку.

3. Натяжной потолок требует предварительного заказа по вашим размерам и оплаты за установку, которую выполняют специалисты.

4. Побелка (если прошлый ремонт выполнялся с применением побелки). Только необходимо точно знать, чем белили до этого — извёсткой или мелом. Эти два материала между собой «не дружат», так что один на другой не лягут. По мелу нужно белить только мелом, а по извести — известковым составом. Относительно стоимости: побелка будет одним из самых дешёвых способов придать поверхности отличный свежий вид.

Примеры расходных материалов для ремонта потолка размещены в таблице 8.

Таблица 8

Расходные материалы для ремонта потолка

№	Расходный материал	Масса, размеры	Цена
1	Потолочная плитка «Метелица»	500 × 500 мм	4 р. за м ² . Продаётся упаковками по 8 шт.
2	Потолочная плитка «Лагом»	500 × 500 мм	5 р. за м ² . Продаётся упаковками по 4 шт.
3	Потолочная плитка «Скала»	600 × 600 мм	11 р. за м ² . Продаётся поштучно
4	Потолочная плитка «Формат»	500 × 500 мм	14 р. за м ² . Продаётся поштучно
5	Клей для плит «Титан»	1 литр	12 р. (расход: на 10 панелей)
6	Клей для плит «Полимерный»	0,5 литра	9 р. (расход: на 5 панелей)
7	Клей для плит «Грасе»	600 мл	12 р. (расход: на 6 панелей)
8	Известь	1,5 кг	8 р.
9	Мел	2 кг	6,5 р. (расход: 3 кг мела на 20 м ² потолка)
10	Мел	1 кг	3,5 р. (расход: 2 кг мела на 10 м ² потолка)
11	Краска для потолка «Люкс»	3 кг	15 р. (расход: 0,16 кг/м ²)
12	Краска для потолка «АК-2180»	3 кг	18 р. (расход: 0,18 кг/м ²)
13	Краска для потолка «Farmitex»	3 кг	13 р. (расход: 0,2 кг/м ²)
14	Кисть плоская	1 шт.	10 р.
15	Кисть малярная «Волот»	1 шт.	12 р.

б) Выбираем материалы для ремонта стен.

Чаще всего стены в комнатах оклеены обоями или на стенах накат (побелка). Обои могут быть под покраску, виниловые, бумажные, жидкие и т. д. Имея план стен в масштабе и размеры трубки обоев (ширина и длина рулона или расход на м² — для жидких обоев), можно посчитать необходимое количество трубок, коробок; нужно не забыть про клей и кисть.

Примеры расходных материалов для ремонта стен размещены в таблице 9.

Таблица 9

Расходные материалы для ремонта стен

№	Расходный материал	Размеры трубок/расход	Цена
1	Бумажные обои	Ширина 0,53 м, длина 10 м	Цена трубки в зависимости от рисунка и текстуры: 5 р., 8 р., 9 р., 10 р.
2	Виниловые обои	Ширина 0,53 м, длина 10 м	Цена рулона: 30 р.
3	Виниловые обои	Ширина 1 м, длина 10 м	Цена трубки в зависимости от рисунка и текстуры: 10 р., 22 р., 34 р., 46 р.
4	Обои под покраску	Ширина 1 м, длина 25 м	Цена трубки в зависимости от рисунка и текстуры: 60 р., 100 р.
5	Стеклообои под покраску	Ширина 1 м, длина 25 м	Цена трубки: 140 р.
6	Жидкие обои	Расход: 1 пачка на 5 м ²	Цена пачки в зависимости от текстуры: 17 р., 20 р.
7	Жидкие обои	Расход: 1 пачка на 6 м ²	Цена пачки: 21 р.
8	Клей обойный «Классик»	Расход: 1 пачка на 6–9 трубок	Цена пачки: 11 р.
9	Клей обойный «Pufas»	Расход: 1 пачка на 8–9 трубок	Цена пачки: 12 р.
10	Клей обойный «Quality»	Расход: 1 пачка на 5–6 трубок	Цена пачки: 7 р.
11	Кисть малярная «Волот»	1 шт.	12 р.

в) Выбираем материалы для ремонта пола.

Пол в комнате может быть паркетным, тогда его нужно обновить и покрыть лаком (нужен лак паркетный и кисть); деревянным, тогда нужно его покрасить (нужна половая краска, кисть или валик). Если пол из ламината, то, например, нужно заменить несколько досок. Имея план пола в масштабе и определив, что нужно ремонтировать, можно посчитать необходимое количество краски, лака или досок ламината; нужно не забыть про кисти и валики.

Примеры расходных материалов для ремонта пола размещены в таблице 10.

Расходные материалы для ремонта пола

№	Расходный материал	Количество единиц/расход	Цена
1	Лак для паркета «Alpina»	0,9 л. Расход: 0,1 л/м ²	24 р.
2	Лак для паркета «Profi wood»	0,8 л. Расход: 0,1 л/м ²	17 р.
3	Лак для паркета «Алкидный»	0,9 л. Расход: 0,1 л/м ²	15 р.
4	Краска половая «Ecol»	0,9 кг. Расход: 0,2 кг/м ²	12 р.
5	Краска половая «Color»	1,9 кг. Расход: 0,1 кг/м ²	20 р.
6	Краска половая «Dekor»	1,8 кг. Расход: 0,15 кг/м ²	17 р.
7	Кисть малярная	1 шт.	10 р.
8	Кисть малярная	1 шт.	12 р.
9	Валик малярный	1 шт.	14 р.
10	Валик малярный	1 шт.	8 р.

г) Оформление материалов своей разработки.

При оформлении материалов выполнения мини-проекта (лучше всего оформить презентацию) нужно обосновать выбор расходных материалов, представить план комнаты в масштабе и подготовить полную смету ремонта.

Вы выполнили индивидуальные мини-проекты, подготовили свои материалы и презентации, поэтому необходимо подвести итоги выполнения мини-проектов и проанализировать свои результаты. Оцените, всё ли у вас получилось и что бы вы изменили или скорректировали в своей деятельности при выполнении следующих проектов.

Глава 3.

Материалы для групповых проектов

Групповой проект «Празднуем день рождения»

1. Обсуждение темы, постановка цели и задач, поиск и анализ информации.

День рождения — только раз в году, это особый праздник, вам и вашим друзьям очень хочется, чтобы этот день стал самым весёлым, запоминающимся. Поверьте, для этого совсем не обязательно приглашать аниматоров из специального агентства или проводить праздник в каком-нибудь детском клубе. Весёлый, оригинальный, запоминающийся детский день рождения можно провести самим.

Вам вполне по силам справиться с организацией праздника, если всем вместе разработать план его проведения. Самое главное, что вам понадобится — это время на то, чтобы всё заранее спланировать и подготовить.

Первое, что нужно сделать, — это определиться с целью праздника, а исходя из неё, сформулировать задачи. Всё это нужно сделать всем вместе: обсуждайте, аргументируйте, высказывайте самые невероятные идеи. Исходя из целей праздника, определите перечень необходимых действий и разработок, а также план его проведения. Всё это требует поиска и анализа необходимой информации.

Что можно предложить для разработки?

Необходима информация по оформлению помещения, в котором вы будете проводить праздник.

Хорошо бы разработать и изготовить пригласительные билеты.

Продумать и разработать интересный квест (с использованием математики, конечно).

Необходимо предусмотреть сладкий стол для друзей.

Возможно проведение лотереи с сюрпризами, различных игр (математических) и математических фокусов.

Можно придумать много чего, но главное — это разработать и определить смету предстоящего праздника.

2. Обсуждение возможных вариантов решения поставленных задач, выбор стратегии проведения праздника, совместное составление плана действий, распределение обязанностей.

Обсуждение возможных вариантов решения поставленных задач, выбор стратегии проведения праздника, составление плана действий необходимо проводить сообща. Пусть каждый предлагает свои варианты и продумывает, какую часть плана он хотел бы выполнять. После выработки совместного плана проведения дня рождения необходимо подумать о распределении обязанностей. Распределите по группам всех учащихся с учётом их пожеланий. Каждая группа будет разрабатывать свой пункт плана.

Если ваш план будет содержать разработку пригласительных билетов, то в приглашении обязательно укажите дату, время и место проведения мероприятия. Возможно, на пригласительном билете будет закодированный номер для розыгрыша

лотереи (всегда можно закодировать его с помощью несложной логической задачки).

К празднику необходимо обязательно украсить помещение, поэтому нужна группа добровольцев, которая продумает и просчитает смету оформления помещения. Для его оформления можно использовать воздушные шарик. Их легко можно превратить, например, в динозавров (как подскажет фантазия). Необходимые детали надо вырезать из плотной цветной бумаги и приклеить к шарикам при помощи скотча.

Очень интересно проходят дни рождения, если используется квест. Поэтому нужна группа добровольцев для его разработки. Квест должен содержать посильные увлекательные логические задания, кроссворды, задания-шутки, выполняя которые шаг за шагом участники продвигаются к финишу, где их ждёт приз. Нужно отметить, что, выполняя задание каждого шага, участники получают подсказку, которая помогает им находить следующее задание и таким образом продвигаются к финишу.

Если вы хотите ещё поиграть в математические игры или продемонстрировать математические фокусы, то запланируйте 2–3 наиболее понравившиеся вам игры и продумайте необходимый инвентарь для проведения игр и фокусов на празднике. Группа, которая будет это разрабатывать, должна, как и все остальные группы, самостоятельно просчитать смету.

Без сладкого стола праздник не праздник. Нужна группа ребят, которые разработают меню сладкого стола и просчитают соответствующую смету. В список сладостей могут входить как сладости из магазина (печенье, пирожные, торты), так и приготовленные по рецептам. Нужно не забыть включить фрукты и рассчитывать на заранее согласованное количество гостей.

3. Осуществление деятельности по выполнению проекта: групповое выполнение каждого этапа проекта, контроль за выполнением каждого пункта разработанного плана с анализом полученных результатов и подготовкой сметы проведения каждого этапа праздника.

Каждая группа выполняет разработку своего задания и просчитывает смету на своём конкретном участке для заранее согласованного количества гостей. Каждый участник проекта должен проанализировать свой вклад в разработку данного проекта, всё ли ему удалось. Каждая группа подготавливает разработку своей части плана проведения праздника и смету. Из представленных каждой группой материалов будет совместно разработан общий план праздника и его смета.

4. Совместная подготовка презентации полученных результатов и оформление полученных материалов.

Все материалы по оформлению проекта нужно готовить совместно, затем проанализировать полученный результат, подвести итоги совместной работы и работы в группах. При подведении итогов выяснить, всё ли удалось реализовать, выполнена ли цель проекта и его задачи. Подготовьте совместную презентацию, в которой представьте разработанный план проведения дня рождения со всеми разработанными элементами и обязательно включите фотографии, иллюстрирующие совместную и групповую работу.

Групповой проект «Планируем ремонт учебного кабинета»

1. Обсуждение темы, постановка цели и задач, поиск и анализ информации.

Каждый год, когда заканчиваются занятия, обсуждается вопрос о проведении ремонта классного кабинета. По истечении учебного года его состояние оставляет желать лучшего, стены и потолок заметно тускнеют со временем, а на полу стирается часть поверхности и яркий цвет покрытия. Если учащиеся бережно относятся к своему кабинету, следят за порядком, то и ремонт потребуется не капитальный.

При ремонте школьных кабинетов предъявляются особые требования к подбору отделочных материалов. Учителя и учащиеся проводят в учреждениях образования много времени, поэтому для отделки необходимо использовать экологически чистые материалы. Покрытия стен, потолков, полов не должны быть источником токсичных компонентов и вызывать аллергические реакции; должны соответствовать требованиям, санитарно-гигиеническим нормам и требованиям пожарной безопасности; обладать повышенной износостойкостью и устойчивостью к механическим повреждениям.

Посмотрите внимательно на школьный кабинет и определите цель и задачи предстоящего ремонта (*подсказка*: всё зависит от сохранности кабинета). Необходимо проанализировать состояние потолка, стен, пола и классной мебели и совместно определить необходимый фронт работы. Стоимость выполнения ремонтно-отделочных работ в школьных кабинетах зависит от объёма предстоящих работ и используемых материалов.

2. Обсуждение возможных вариантов решения поставленных задач, выбор стратегии проведения ремонта, совместное составление плана действий, распределение обязанностей.

Ремонт классного кабинета выполняется по следующей схеме:

Потолочные работы

Если потолок побелён, а не покрыт потолочными плитами, то очищают старую отделку, устраняют пятна, ржавчину, плесень. Затем обрабатывают поверхность потолка (наносят шпаклёвку или штукатурку), шлифуют и подготавливают потолок к дальнейшему декорированию (покраска потолка или декоративное оштукатуривание).

Ремонт стен в кабинете

Если стены покрашены, то необходимо проанализировать старую отделку на предмет заделки всех трещин и устранения пятен. После устранения трещин можно красить стены краской, количество которой необходимо рассчитать и определить стоимость краски и стоимость выполнения работ.

Цветовая гамма в классе влияет на работоспособность и концентрацию учащихся, поэтому при выборе краски учитывайте не только экологичность, но и цвет. Для покраски кабинета существует несколько правил. Цвет стен должен быть светлым, чтобы интерьер был комфортным для учащихся. Краску лучше подбирать быстросохнущую и матовую, потому что эмаль отражает солнечные лучи, что может негативно отразиться на зрении учащихся.

Напольные работы

Если в вашем кабинете половая доска, то её нужно покрасить. Поэтому необходимо подобрать краску и рассчитать её необходимое количество и стоимость работ.

Если в кабинете на полу линолеум, то возможно необходима его замена. Нужно рассчитать необходимое его количество, стоимость линолеума и клея, а также стоимость работ.

Если в кабинете ламинат, то возможно необходимо заменить наиболее вытопанную его часть. Необходимо определить количество досок на замену и стоимость работ.

Ремонт мебели

Традиционная меловая доска является частью школьного кабинета. Можно увеличить её площадь (если есть такая необходимость). Для этого можно покрасить часть стены грифельной краской, подобрав нужный к интерьеру цвет. Грифельную доску (или стену) можно даже превратить в магнитную, если покрыть её дополнительным слоем специальной краски. Столы и стулья тоже, возможно, требуют ремонта. Вам необходимо просчитать затраты на материалы и ремонтные работы.

3. Осуществление деятельности по выполнению проекта: групповое выполнение каждого этапа проекта, контроль за выполнением каждого пункта разработанного плана с анализом полученных результатов и подготовкой сметы проведения каждого этапа ремонта.

Для выполнения проекта лучше всего распределиться по бригадам (3–4 бригады, исходя из потребностей ремонта). Каждая бригада подбирает расходный материал, определяет объём работ и составляет смету своей части ремонта. Для определения стоимости расходных материалов и ремонтных работ можно воспользоваться теми данными, которые представлены в этом пособии или использовать материалы, представленные в сети Интернет. После выполнения своей части проекта каждая бригада анализирует полученные результаты и вклад каждого в полученный результат. Затем всеми участниками проекта совместно оформляется общий результат.

4. Совместная подготовка презентации полученных результатов и оформление полученных материалов.

Все материалы по оформлению проекта готовятся совместно. При подведении итогов нужно выяснить, всё ли удалось реализовать (цель проекта и его задачи). Проанализируйте общий результат и оцените, всё ли получилось при выполнении проекта. Подготовьте совместную презентацию, в которой представьте разработанный план проведения ремонта и полученную смету, включите фотографии, иллюстрирующие совместную и групповую работу. Возможно, выполнение этого проекта убедит вас в том, что школьные кабинеты и школьное имущество необходимо беречь.