Республиканская физическая олимпиада 2022 года
(III этап)

Теоретический тур

<u>9 класс.</u>

1. Полный комплект состоит из трех заданий.

2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

3. Подписывать рабочие листы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

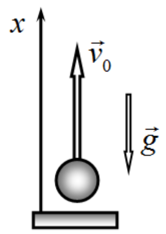
Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!
Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Пакет заданий содержит:
- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических задач (6 стр.).

Задание 1. Разминка.

*Задание состоит из трех разных задач,
объединенных одной общей математической идеей.*

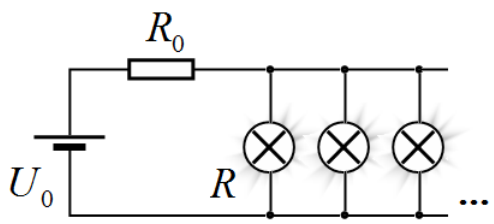
Задача 1.1



Небольшой шарик бросают вертикально вверх с начальной скоростью $\vec{v}_0$. Направим ось x вертикально, начало отсчета совместим с точкой бросания шарика. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.1.1 Запишите закон движения шарика (зависимость его координаты от времени) $x(t)$.
1.1.2 Запишите уравнение, позволяющее определить, через какое время τ шарик будет находиться на высоте h.
1.1.3 Укажите, при каком соотношении между параметрами: начальной скорости v_0, ускорения свободного падения g, высоты h, уравнение для времени движения τ имеет: два различных решения; единственное решение; не имеет решений. Укажите физический смысл того, что задача имеет разное число решений.
1.1.4 Определите максимальную высоту $h_{\max}$, на которую поднимется шарик при своем движении.

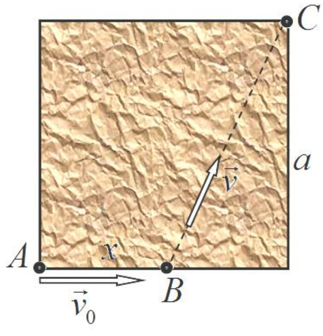
Задача 1.2.



Новогодняя гирлянда состоит из n одинаковых, параллельно соединенных лампочек подключена к источнику постоянного напряжения $U_0 = 9{,}0\,В$. Общее сопротивление подводящих проводов и источника равно $R = 1{,}2\,Ом$. Сопротивлением проводов между лампочками можно пренебречь. Сопротивление каждой лампочки равно $R_0 = 20{,}0\,Ом$ и не зависит от силы тока, протекающего через лампочку.

1.2.1 Найдите, при каком числе лампочек, суммарная мощность гирлянды будет равна P.
1.2.2 Определите, чему может быть равна максимальная мощность гирлянды $P_{\max}$. При каком числе лампочек n_1, достигается эта максимальная мощность?

Задача 1.3.

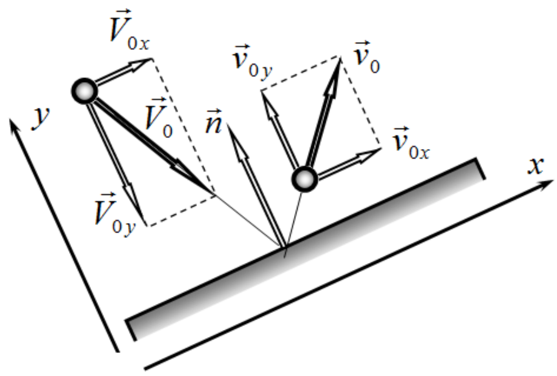


Человек должен пересечь квадратное вспаханное поле, длина стороны которого равна a от одного угла поля A до противоположного угла C. Скорость движения человека по краю поля равна v_0, а по пашне в n раз меньше $v = \frac{v_0}{n}$. Человек решает пройти вдоль края поля некоторое расстояние x (до точки B), а потом по пашне по прямой до точки C.

1.3.1 При каком значении x время движения от точки A до точки C будет минимально?

Задание 9-2. Неупругий удар.

При описании удара движущегося тела о неподвижную стенку часто используется модель абсолютно упругого удара, при котором модуль скорости тела не изменяется, а угол падения равен углу отражения. Однако такая модель не всегда корректно описывает реальные столкновения.



Более общей является модель неупругого удара, которая используется в данной задаче. Пусть движущееся тело (которое рассматривается как материальная точка) сталкивается с неподвижной плоской поверхностью. Направим ось Ox вдоль поверхности, а ось Oy перпендикулярно ей.

Вектор скорости движущегося тела $\vec{V}_0$ удобно разложить на две составляющие: параллельную плоскости - $\vec{V}_{0x}$ (тангенциальная составляющая); перпендикулярную плоскости - $\vec{V}_{0y}$ (нормальная составляющая). Обозначим вектор скорости после удара $\vec{v}_0$. Будем считать, что проекции этого вектора связаны с компонентами вектора скорости до удара следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} v_{0x} &= \gamma_1 V_{0x} \\ v_{0y} &= -\gamma_2 V_{0y} \end{aligned} . \qquad (1)$$

В этих формулах безразмерные коэффициенты $\gamma_1, \gamma_2 < 1$ называется коэффициентами восстановления. Коэффициент γ_1, описывающий изменение тангенциальной компоненты скорости, определяется силой трения, действующей на тело в ходе столкновения. Коэффициент γ_2, описывающий изменение нормально компоненты скорости, определяется упругими свойствами поверхности и движущегося тела.

Во всех частях данной задаче используется модель, в которой

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = 0{,}80 . \qquad (2)$$

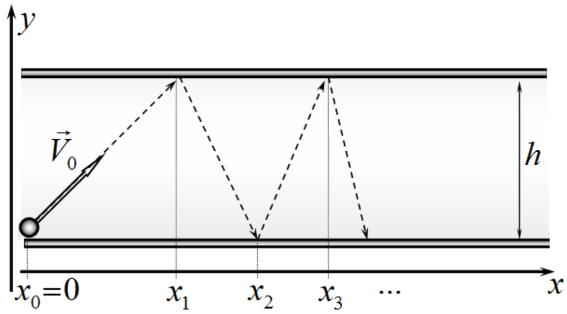
Т.е. модули обеих проекций скорости при ударе уменьшаются в одно и тоже число раз.

<u>Подсказка.</u>
При решении данной задачи вам может понадобиться формула для суммы членов геометрической прогрессии:

$$1 + z + z^2 + \ldots + z^{n-1} = \frac{1 - z^n}{1 - z} . \qquad (3)$$

Все, приведенные в условии рисунки, являются схематическими и носят иллюстративный характер. Ссылаться на них в решении задачи не следует!

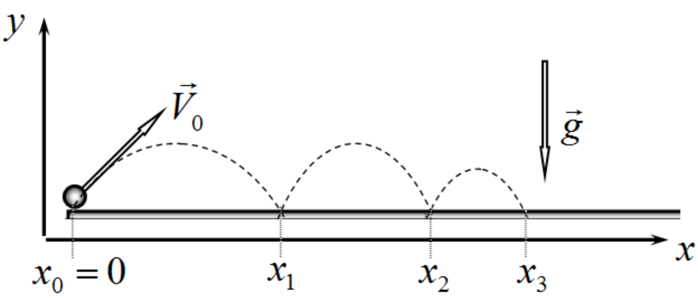
Часть 1. Движение в горизонтальной плоскости.



На горизонтальной плоскости на расстоянии h друг от друга закреплены две параллельные стенки. Между этими стенками движется небольшое тело (материальная точка), периодически сталкиваясь со стенками. Введем систему координат, ось Ox которой направлена параллельно стенкам, а ось Oy перпендикулярно им. В начальный момент времени тело касается одной из стенок (в начале координат). Телу толчком сообщают скорость $\vec{V}_0$, такую, что проекции этого вектора на ось координат равны $V_{0x} = V_{oy} = v_0$. Трением тела о горизонтальную поверхность можно пренебречь.

1.1	Получите общую формулу для координат точек столкновения тела со стенками $x_1, x_2, \dots x_n, \dots$
1.2	В выбранном Вами масштабе постройте траекторию движения тела до его 5-го столкновения со стенками.
1.3	Найдите, чему равна средняя скорость движения шарика за время от начала движения до n-го столкновения со стенками.

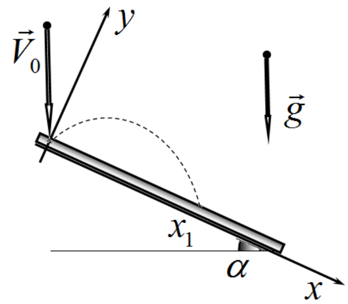
Часть 2. Прыжки по горизонтальной поверхности.



Рассматриваемое тело может двигаться в вертикальной плоскости, испытывая столкновения с плоской горизонтальной поверхностью. В начальный момент времени тело находится в начале координат (ось Ox горизонтальна, ось Oy - вертикальна), и ему сообщают начальную скорость $\vec{V}_0$, такую, что проекции этого вектора на оси координат равны $V_{0x} = V_{oy} = v_0$. Ускорение свободного падения равно $\vec{g}$, сопротивление воздуха не учитывать.

2.1	Получите общую формулу для координат точек столкновения тела с горизонтальной поверхностью $x_1, x_2, \dots x_n, \dots$
2.2	Найдите, на какое максимальное расстояние вдоль оси Ox сместится шарик.

Часть 3. Столкновения с наклонной плоскостью.



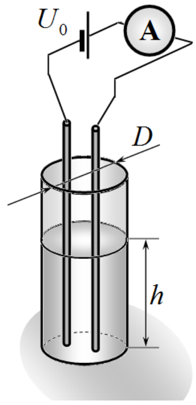
Рассматриваемое тело падает вертикально на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом. В момент удара о плоскость скорость тела равна $\vec{V}_0$. Совместим начало системы отсчета с точкой первого столкновения тела с наклонной плоскостью. Ось Ox направим вдоль наклонной плоскости, ось Oy перпендикулярно ей.

3.1 Рассчитайте координату x_1 следующего столкновения тела с плоскостью. 3.2 При каком значении γ все «прыжки» тела будут одинаковыми?

Задание 9-3. Форма полости.

Для определения размеров внутренней полости сосуда можно использовать электрические измерения. Два тонких проводящих параллельных проводящих стержня опускают вертикально в сосуд с жидкостью и измеряют электрическое сопротивление между ними. В процессе всех измерений расстояние между стержнями остается неизменным, используется одна и та же жидкость. Стержни располагаются вблизи середины сосудов.

Часть 1. Цилиндрические сосуды.



Стержни опускают в вертикальный цилиндрический сосуд до его дна, в который медленно добавляют жидкость. К стержням подключают источник постоянного напряжения $U_0 = 4{,}5 B$ и последовательно подключенный амперметр.

Проведены измерения зависимости силы электрического тока I (в Амперах) от объема налитой жидкости V (в миллилитрах – см^3). Результаты измерений для трех разных сосудов показаны на Графике 1.

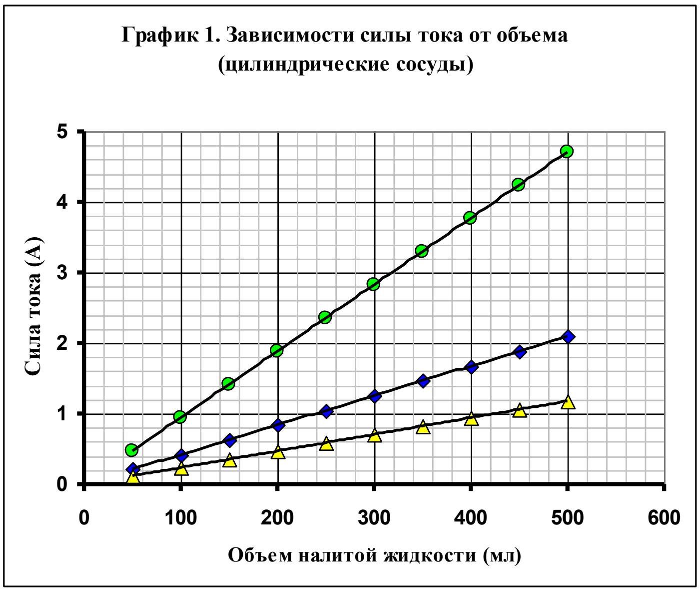
Оказалось, что полученные все полученные зависимости оказались линейными и описываются простой формулой

$$I = kV \quad (1)$$

Коэффициент k зависит от диаметра сосуда. Численные значения этого коэффициента для разных значений внутреннего диаметра D (в см) сосуда приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

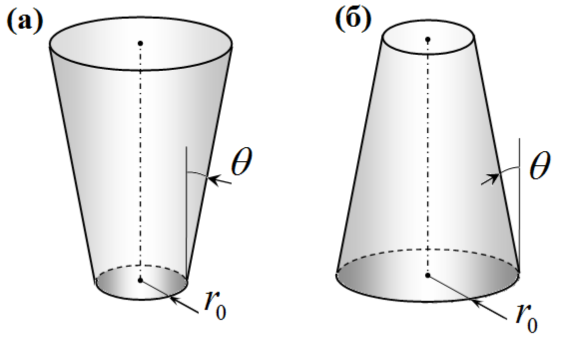
D, см	$k \cdot 10^3$, $А \cdot см^{-3}$
4,0	9,4
6,0	4,2
8,0	2,4



1.1	Найдите теоретическую зависимость электрического сопротивления R между стержнями от высоты уровня жидкости в сосуде h - $R(h)$. Эта функция должна содержать только переменную h и численные параметры (или один параметр). Укажите физический смысл этих параметров (параметра) функции $R(h)$.
1.2	Используя данные Таблицы 1, рассчитайте численные значения параметров (параметра) зависимости $R(h)$ для всех значений диаметров сосудов.
1.3	Укажите, подтверждается или нет полученная Вами в п.1.1 теоретическая формула.

Часть 2. Конический сосуд.

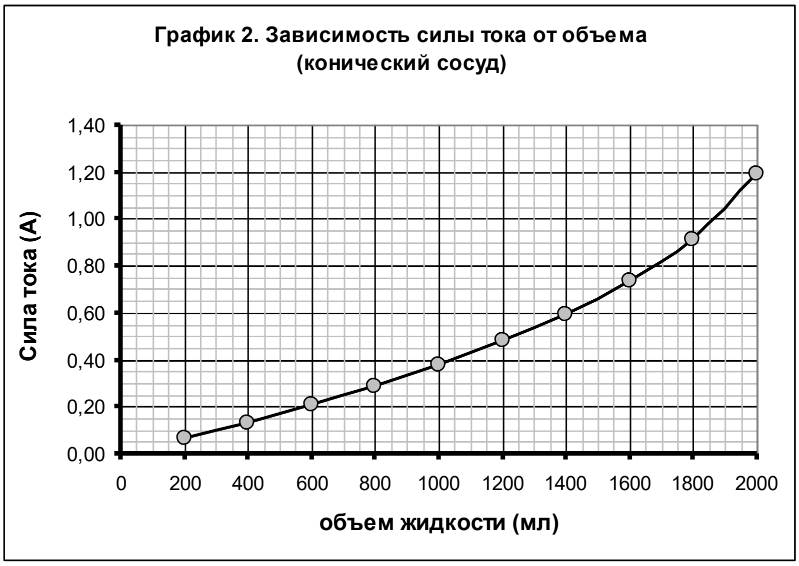
Стержни опускают до дна в сосуд, внутренняя полость которого имеет вид усеченного конуса. Заметим, что форма полости может иметь вид либо (а), либо (б), как показано на рисунке – далее Вам будет необходимо определить, в каком сосуде проведены измерения. Затем с помощью той же электрической схемы проводят измерения зависимости электрического силы тока I между стержнями от объема V налитой в сосуд жидкости. Результаты измерений этой зависимости приведены в Таблице 2 и на Графике 2.



Результаты измерений имеют некоторые погрешности.

Таблица 2.

$V, см^3$	I, A
200	0,064
400	0,133
600	0,208
800	0,289
1000	0,379
1200	0,479
1400	0,596
1600	0,735
1800	0,915
2000	1,189



2.1 Укажите, какой сосуд (а), или (б) использовался в данном эксперименте.
2.2 Используя экспериментальные данные Таблицы 2, постройте график зависимости радиуса сосуда r от расстояния до его дна h - $r(h)$. Рассчитайте с максимальной точностью геометрические параметры сосуда – радиус основания r_0 и угол θ, который образует боковая стенка сосуда с вертикалью. Приведите все формулы, по которым Вы провели расчеты.

Подсказка. Можно считать, что при добавлении очередной порции жидкости в сосуд изменение уровня жидкости в сосуде значительно меньше радиуса дна сосуда.

<u>Примечание.</u> Объем прямого кругового конуса равен одной трети от произведения площади основания на высоту:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$