Республиканская физическая олимпиада
2022 год
(III этап)

Теоретический тур

Решения задач
11 класс
(для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

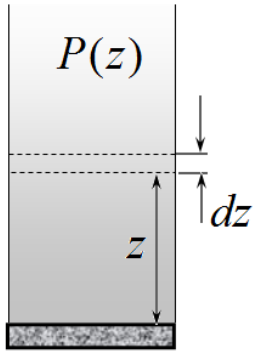
Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!

Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

11 класс.

Задание 11-1. Степенные зависимости.

Задача 1.1. Атмосфера с переменной температурой.



1.1.1 Основная проблема, возникающая при решении задачи, заключается в том, что плотность воздуха зависит от давления и температуры, поэтому изменяется при подъеме над поверхностью земли. Поэтому рассмотрим тонкий слой атмосферы толщиной Δz, находящийся на высоте z от поверхности земли. Пренебрежем изменением плотности воздуха в пределах этого тонкого слоя. Тогда изменение давления в пределах этого слоя равно

$$\Delta P = -\rho g \Delta z\,. \tag{1}$$

Плотность воздуха выразим из уравнения состояния Менделеева – Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{M}RT \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT}\,. \tag{2}$$

Подставим это выражение в формулу (1):

$$\Delta P = -\frac{MP}{RT_0(1-\alpha z)}g\Delta z\,. \tag{3}$$

Теперь сделаем решительное предположение: зависимость давления от высоты имеет вид

$$P(z) = P_0(1-\alpha z)^{\gamma}\,. \tag{4}$$

Тогда

$$\Delta P = \gamma P_0(1-\alpha z)^{\gamma-1}\Delta(1-\alpha z) = -\alpha\gamma P_0(1-\alpha z)^{\gamma-1}\Delta z\,. \tag{5}$$

Подставим это выражение, а также формулы для зависимостей температуры и давления от высоты в формулу (3):

$$-\alpha\gamma P_0(1-\alpha z)^{\gamma-1}\Delta z = -\frac{MP_0(1-\alpha z)^{\gamma}}{RT_0(1-\alpha z)}g\Delta z\,. \tag{6}$$

Это равенство будет верным при

$$\gamma = \frac{Mg}{\alpha R T_0}\,. \tag{7}$$

Таким образом, действительно зависимость давления от высоты имеет вид (4) с показателем степени (7).

1.1.2 Из приведенной в условии зависимости температуру от высоты следует, что

$$\alpha T_0 \Delta h = \Delta T \quad \Rightarrow \quad \alpha T_0 = \frac{\Delta T}{\Delta h} = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\frac{К}{м}. \tag{8}$$

Показатель степени:

$$\gamma = \frac{Mg}{\alpha R T_0} = \frac{29 \cdot 10^{-3}\,\dfrac{кг}{моль} \cdot 9{,}8\,\dfrac{м}{с^2}}{1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\dfrac{К}{м} \cdot 8{,}3\,\dfrac{Дж}{моль \cdot К}} = 3{,}42 \tag{9}$$

Легко подсчитать температуру на высоте H:

$$T_0(1 - \alpha H) = T_0 - H\,\frac{\Delta T}{\Delta h} = 280K \quad \Rightarrow \quad (1 - \alpha H) = \frac{280}{290}.$$

Наконец, давление на высоте H:

$$P(H) = P_0(1 - \alpha H)^{\gamma} = 1{,}0 \cdot 10^5\,Па \cdot \left(\frac{28}{29}\right)^{4{,}32} = 0{,}89 \cdot 10^5\,Па. \tag{10}$$

Задача 1.2. Радиоактивные шары.

1.2.1 Количество теплоты, которое выделяется во всем шаре, пропорционально объему шара. В стационарном режиме энергия, выделившаяся в шаре, равна энергии излученной поверхностью шара:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 w = 4\pi R^2 \sigma T_S^4 \tag{1}$$

Здесь w - мощность теплоты, выделяющейся в единице объема. Из этого соотношения следует, что

$$\frac{T_{S2}^4}{T_{S1}^4} = \frac{R_2}{R_1} \quad \Rightarrow \quad T_{S2} = T_{S1}\sqrt[4]{\frac{R_2}{R_1}} = 400K\sqrt[4]{2} \approx 476K\ . \tag{2}$$

Рассмотрим теперь распределение температур внутри шара, т.е. зависимость температуры от расстояния до центра шара $T(r)$. Для этого рассмотрим сферическую поверхность некоторого радиуса $r < R$ концентрическую с шаром. Поток теплоты через эту поверхность равен количеству теплоты, выделившейся внутри этой поверхности:

$$-4\pi r^2 \kappa \frac{\Delta T}{\Delta r} = \frac{4}{3}\pi r^3 w \tag{3}$$

Из этого уравнения следует, что

$$\frac{\Delta T}{\Delta r} = -C_0 r\ , \tag{4}$$

где C_0 - некоторая постоянная величина. Используя математическую подсказку, зависимость температуры от расстояния до центра имеет вид:

$$T(r) = T_C - Cr^2\ . \tag{5}$$

Величина T_C имеет смысл температуры в центре шара. Если положить $r = R$, то эта формула даст значение температуры на поверхности шара. Поэтому можно записать

$$T_C - T_S = CR^2\ . \tag{6}$$

Постоянная C неизвестна, но ее можно исключить, составив пропорцию:

$$\frac{T_{C2} - T_{S2}}{T_{C1} - T_{S1}} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad (T_{C2} - T_{S2}) = 4(T_{C1} - T_{S1}) = 400K\ . \tag{7}$$

Окончательно находим, что температура в центре второго шара равна

$$T_{C2} = T_{S2} + 400K = 876K\ . \tag{8}$$

Задание 11-2. Магнетизм и теплота.

Часть 1. Основные понятия.

1.1 Индуктивность соленоида может быть найдена из формулы для ЭДС самоиндукции. С одной стороны, модуль ЭДС самоиндукции определяется как

$$\varepsilon_{si} = L\frac{\Delta I}{\Delta t}. \qquad (1)$$

С другой стороны, эта величина может быть выражена с помощью закона электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_{in} = N\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right) = N\left(S\frac{\Delta B}{\Delta t}\right) = N\left(S\frac{\Delta\mu_0 nI}{\Delta t}\right) = \mu_0 n^2\pi r_0^2 l\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (2)$$

Сравнивая эти два выражения, получаем формулу для индуктивности соленоид

$$L = \mu_0 n^2 \pi r_0^2 l \qquad (3)$$

1.2 Требуемое уравнение следует из закона Ома для полной цепи:

$$U_0 + \varepsilon_{si} = IR \qquad (4)$$

Используя формулу (1) с учетом правила Ленца, запишем

$$U_0 - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = IR. \qquad (5)$$

Из этого уравнения следует требуемое выражение:

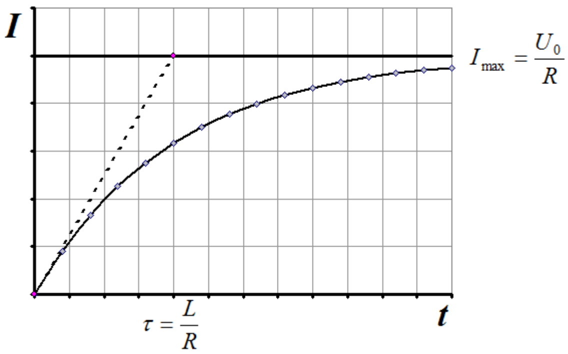
$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{R}{L}\left(\frac{U_0}{R} - I\right). \qquad (6)$$

1.3 – 1.5 Схематический график зависимости силы тока от времени показан на рисунке. Сила тока монотонно возрастает от нуля до максимального значения

$$I_{\max} = \frac{U_0}{R}. \qquad (7)$$

С характерным временем

$$\tau = \frac{L}{R}. \qquad (8)$$



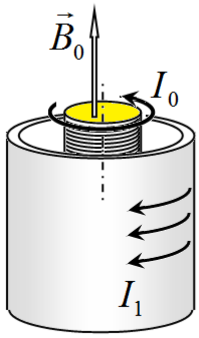
1.6 Если сопротивление цепи равно нулю, то из уравнения (4)

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{U_0}{L}. \qquad (9)$$

Следует, что сила тока будет возрастать по линейному закону

$$I = \frac{U_0}{L}t. \qquad (10)$$

Часть 2. Соленоид в трубке.



2.1 При изменении тока в обмотке соленоида изменяется и магнитное поле, создаваемое им. Изменяющееся магнитное поле, создает вихревое электрическое поле, описываемое законом электромагнитной индукции. Часто утверждают, что магнитное поле соленоида локализуется только внутри соленоида. Однако оно существует во всем пространстве, в том числе и вне его. Поэтому вихревое электрическое поле возникает и в области расположения трубки. Однако, при расчете магнитного потока через поперечное сечение трубки можно учитывать только магнитное поле внутри соленоида. Направление токов в обмотке и в стенках трубки показано на рисунке. При определении направления индукционного тока учтено сила тока в обмотке возрастает. Так как в данной части рекомендуется пренебречь магнитным полем тока в трубке, то закон изменения силы тока в обмотке будет описываться формулой (10)

ЭДС индукции, возникающей в стенках трубки равна

$$\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{L}{N}\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = -\frac{U_0}{N}. \tag{11}$$

Так как ток протекает перпендикулярно оси трубки, то ее электрическое сопротивление равно

$$R_1 = \rho\frac{2\pi r_1}{lh}. \tag{12}$$

В соответствии с законом Ома сила тока в стенках трубки равна

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R_1} = \frac{U_0}{\rho\frac{2\pi r_1}{lh}} = \frac{lh}{2\pi r\rho}\frac{U_0}{N}. \tag{13}$$

2.2 Мощность, развиваемая источником, равна

$$P_0 = U_0 I_0 = \frac{U_0^2}{L}t. \tag{14}$$

Не сложно показать, что эта энергия идет на создание магнитного поля внутри соленоида. Из уравнения (9) выразим:

$$U_0 = L\frac{\Delta I_0}{\Delta t}. \tag{15}$$

Умножим данное уравнение на силу тока в цепи источника и преобразуем полученное уравнение:

$$P_0 = U_0 I_0 = L I_0\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t}\left(\frac{L I_0^2}{2}\right). \tag{16}$$

Физическая интерпретация данного выражения очевидна: энергия источника идет на увеличение магнитного поля внутри соленоида.

Дополнение (не требуется). Для наглядного доказательства последнего утверждения преобразуем выражение, стоящее в скобках:

$$\frac{LI_0^2}{2} = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 \pi r_0^2 l I_0^2 = \frac{(\mu_0 n I_0)^2}{2\mu_0} V$$

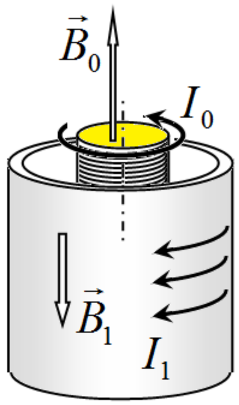
Видим, что действительно, эта величина есть энергия магнитного поля внутри соленоида.

2.3 Мощность теплоты, выделяющейся в трубке, вычисляется по закону Джоуля – Ленца:

$$P_h = I_1^2 R_1 = \frac{U_0^2}{N^2 R_1} = \frac{lh}{2\pi r\rho N^2} U_0^2 . \tag{17}$$

2.4 Полученные выражения приводят к парадоксу: откуда появляется энергия, выделяющаяся в виде теплоты не понятно! Понятно, что единственный источник энергии в данной системе – это источник тока. Для разрешения парадокса необходимо решить следующую часть задачи.

Часть 3. Передача энергии.



3.1 На рисунке показано направление вектора индукции $\vec{B}_1$ магнитного поля, создаваемого током в стенках трубки.

3.2 Для определения индукции поля $\vec{B}_1$ обратимся к формуле (1), приведенной в условии задачи

$$B = \mu_0 n I$$

Обратим внимание, что nI имеет смысл силы тока, протекающего через единицы длины соленоида. Аналогом этой величины для стенок трубки является величина $\frac{I_1}{l}$. Следовательно, индукция поля, создаваемого этим током, равна

$$B_1 = \frac{\mu_0}{l} I_1 . \tag{18}$$

3.3 Отметим, что даже в случае сверхпроводящего соленоида сила тока в его обмотке будет изменяться по иному закону, отличному от линейного. Поэтому сила тока в стенках трубки не будет постоянной. Чтобы учесть влияние магнитного поля, создаваемого электрическим током в стенках трубки, в уравнениях для сил токов необходимо учесть ЭДС индукции, возникающих при изменении, как полем тока соленоида, так и полем тока трубки. Положительным направлением силы тока будем считать направление тока в обмотке соленоида, тогда положительным направлением вектора индукции будет направление вектора индукции $\vec{B}_0$.

Запишем выражения для всех ЭДС.

ЭДС самоиндукции, создаваемой магнитным полем тока I_0 в обмотке соленоида:

$$\varepsilon_{00} = -L\frac{\Delta I_0}{\Delta t} = -\mu_0 n^2 \pi r_0^2 l \frac{\Delta I_0}{\Delta t} \tag{19}$$

ЭДС индукции в стенках трубки, создаваемой током в обмотке I_0:

$$\varepsilon_{10} = -\pi r_0^2 \mu_0 n \frac{\Delta I_0}{\Delta t} = -\mu_0 n \pi r_0^2 \frac{\Delta I_0}{\Delta t} = L_{10} \frac{\Delta I_0}{\Delta t} \qquad (20)$$

ЭДС индукции в обмотке соленоида, создаваемой током в трубке

$$\varepsilon_{01} = -N \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t_1} = -N \pi r_0^2 \frac{\Delta B_1}{\Delta t} = -\frac{\mu_0 \pi r_0^2 N}{l} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -\mu_0 \pi r_0^2 n \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -L_{01} \frac{\Delta I_1}{\Delta t}. \qquad (21)$$

В этих формулах обозначено $L_{01} = L_{10} = \mu_0 \pi r_0^2 n$ коэффициент взаимной индукции.

ЭДС самоиндукции в стенках трубки, создаваемой током в той же трубке

$$\varepsilon_{11} = -\frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t_1} = -\pi r_1^2 \frac{\Delta B_1}{\Delta t} = -\frac{\mu_0 \pi r_1^2}{l} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = -L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t}. \qquad (21)$$

Здесь обозначено $\frac{\mu_0 \pi r_1^2}{l} = L_1$ - индуктивность трубки.

Теперь на основании закона Ома запишем уравнения для сил токов.

Для силы тока в обмотке соленоида:

$$\begin{gathered} U_0 + \varepsilon_{00} + \varepsilon_{01} = I_0 R \quad \Rightarrow \\ U_0 - L \frac{\Delta I_0}{\Delta t} - L_{01} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = I_0 R \end{gathered}. \qquad (22)$$

Для силы тока в стенках трубки

$$\begin{gathered} \varepsilon_{10} + \varepsilon_{11} = I_1 R_1 \quad \Rightarrow \\ -L_{10} \frac{\Delta I_0}{\Delta t} - L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = I_1 R_1 \end{gathered}. \qquad (23)$$

Запишем систему уравнений в виде

$$\begin{cases} U_0 = L \frac{\Delta I_0}{\Delta t} + L_{01} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + I_0 R \\ 0 = L_{10} \frac{\Delta I_0}{\Delta t} + L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + I_1 R_1 \end{cases}. \qquad (24)$$

3.4 Умножим первое уравнение этой системы на I_0, второе – на I_1 :

$$\begin{cases} U_0 I_0 = L I_0 \frac{\Delta I_0}{\Delta t} + L_{01} I_0 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + I_0^2 R \\ 0 = L_{10} I_1 \frac{\Delta I_0}{\Delta t} + L_1 I_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + I_1^2 R_1 \end{cases}$$

и просуммируем их, получим выражение для мощности, развиваемой источником:

$$U_0 I_0 = \left(L I_0 \frac{\Delta I_0}{\Delta t} + L_{01} I_0 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} + L_{10} I_1 \frac{\Delta I_0}{\Delta t} + L_1 I_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \right) + I_0^2 R + I_1^2 R_1. \qquad (25)$$

Можно показать, что выражение в скобках есть скорость изменения энергии магнитного поля, второе слагаемое – мощность теплоты, выделяющейся в обмотке соленоида, последнее слагаемое – мощность теплоты, выделяющейся в стенках трубки. Таким образом, энергия, выделяющаяся в трубке, передается от источника посредством изменяющегося магнитного поля.

Дополнение (не требуется). Для доказательства того, что выражение в скобках действительно есть скорость изменения энергии магнитного поля, преобразуем его к виду:

$$LI_0\frac{\Delta I_0}{\Delta t}+LI_0\frac{\Delta I_1}{\Delta t}+LI_1\frac{\Delta I_0}{\Delta t}+L_1I_1\frac{\Delta I_1}{\Delta t}=\frac{1}{\Delta t}\Delta\left(\frac{LI_0^2}{2}+L_{01}I_0I_1+\frac{L_1I_1^2}{2}\right). \quad (26)$$

Теперь выразим каждое слагаемое через индукции полей. Для этого сначала выразим силы токов через соответствующие индукции:

$$I_0=\frac{B_0}{\mu_0 n},\quad I_1=\frac{l}{\mu_0}B_1. \quad (27)$$

Возвращаясь к формуле (26), записываем:

$$\begin{aligned}
LI_0^2&=\mu_0 n^2\pi r_0^2 l\left(\frac{B_0}{\mu_0 n}\right)^2=\frac{B_0^2}{\mu_0}\pi r_0^2 l\\
L_1I_1^2&=\frac{\mu_0}{l}\pi r_1^2\left(\frac{l}{\mu_0}B_1\right)^2=\frac{B_1^2}{\mu_0}\pi r_1^2 l\\
L_{01}I_0I_1&=\mu_0\pi r_0^2 n\frac{B_0}{\mu_0 n}\frac{l}{\mu_0}B_1=\frac{B_0B_1}{\mu_0}\pi r_0^2 l
\end{aligned}. \quad (28)$$

Подставляя в рассматриваемое выражение (26), окончательно получаем:

$$\begin{aligned}
&\frac{LI_0^2}{2}+L_{01}I_0I_1+\frac{L_1I_1^2}{2}=\frac{1}{2}\left(\frac{B_0^2}{\mu_0}\pi r_0^2 l+2\frac{B_0B_1}{\mu_0}\pi r_0^2 l+\frac{B_1^2}{\mu_0}\pi r_0^2 l+\frac{B_1^2}{\mu_0}\pi\left(r_1^2-r_0^2\right)l\right)\\
&=\frac{\left(B_0+B_1\right)^2}{2\mu_0}\pi r_0^2 l+\frac{B_1^2}{2\mu_0}\pi\left(r_1^2-r_0^2\right)l
\end{aligned}. \quad (29)$$

Теперь совершенно очевидно, что первое слагаемое – энергия поля внутри соленоида, второе слагаемое – энергия поля между трубкой и соленоидом.

Задание 11-3. Шар в потоке.

Введение. Метод размерностей в физике.

0.1 Искомая зависимость имеет вид:

$$T = Cm^{\alpha} k^{\beta} g^{\gamma} \tag{1}$$

Выразим размерность коэффициента жесткости через основные единицы системы СИ, используя закон Гука:

$$F = kx\ . \tag{2}$$

Из этой формулы следует, что размерность этого коэффициента есть:

$$k = \frac{F}{x}, \quad \Rightarrow \quad [k] = \frac{[F]}{[x]} = \frac{H}{м} = \frac{кг \cdot \dfrac{м}{c^2}}{м} = \frac{кг}{c^2}\ . \tag{3}$$

На основании формулы (1) записываем условия размерностей:

$$[T] = [m]^{\alpha}[k]^{\beta}[g]^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad c^1 = кг^{\alpha}\left(\frac{кг}{c^2}\right)^{\beta}\left(\frac{м}{c^2}\right)^{\gamma} = кг^{\alpha+\beta} \cdot м^{\gamma} \cdot c^{-2\beta-2\gamma} \tag{4}$$

Приравниваем показатели степеней и получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} кг:&\quad 0 = \alpha + \beta \\ м:&\quad 0 = \gamma \\ c:&\quad 1 = -2\beta - 2\gamma \end{aligned}\ . \tag{5}$$

Решаем систему и находим:

$$\gamma = 0, \quad \beta = -\frac{1}{2}, \quad \alpha = +\frac{1}{2}. \tag{8}$$

Окончательно получаем:

$$T = C\sqrt{\frac{m}{k}}\ . \tag{9}$$

Заметим, что период колебаний от ускорения свободного падения не зависит. А если подумать, почему должна быть такая зависимость?

Часть 1. «Вязкое» лобовое сопротивление.

1.1 Найдем размерность вязкости, используя закон Ньютона (5):

$$[\eta] = \frac{[F]}{[S]\left[\dfrac{v}{z}\right]} = \frac{H}{м^2 \cdot \dfrac{м}{c} \cdot \dfrac{1}{м}} = \frac{H}{м^2} c = \frac{\dfrac{кг \cdot м}{c^2} \cdot c}{м^2} = \frac{кг}{м \cdot c} \tag{10}$$

Формула для силы сопротивления записана в виде

$$F = C\eta^{\alpha} r^{\beta} v^{\gamma}.$$

Не сложно подставить размерности всех величин, приравнять показатели степеней, получить систему уравнений, и решить ее. Важно, что в данном случае все размерности выражаются через метр, килограмм, секунду; поэтому получается система 3 уравнений с тремя неизвестными α, β, γ, которая имеет однозначное решение:

$$\alpha = \beta = \gamma = 1. \tag{11}$$

Поэтому зависимость сопротивления от скорости и радиуса имеет вид:

$$F = C\eta r v . \tag{12}$$

1.2 При опускании шарика в вязкой среде сила лобового сопротивления уравновешивает силы тяжести. Учитывая, что масса шарика пропорциональная его объему получим

$$mg = F \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0 g = C\eta r v . \tag{13}$$

Из этой формулы следует, что скорость падения пропорциональна квадрату радиуса шарика. Поэтому при увеличении радиуса в 2 раза его скорость возрастает в 4 раза:

$$v_2 = 4v_1 . \tag{14}$$

Часть 2. «Динамическое» сопротивление.

2.1 Формула для сопротивления должна имеет вид

$$F = C\rho^\alpha r^\beta v^\gamma .$$

Далее поступаем по установленному стандарту: выражаем размерности через метр, килограмм, секунду; приравниваем показатели степеней, получаем систему трех уравнений с тремя неизвестными, и решаем ее. Ответ:

$$\alpha = 1; \ \beta = 2; \ \gamma = 2 \ . \tag{15}$$

Поэтому искомая зависимость имеет вид

$$F = C\rho v^2 r^2 . \tag{16}$$

2.2 Сила тяжести, пропорциональная кубу радиуса, поэтому квадрат скорости пропорционален радиусу шарика. Следовательно, скорость пропорциональная корню из радиуса, следовательно:

$$v_2 = \sqrt{2}\, v_1 . \tag{17}$$

Часть 3. Общий случай: действуют обе причины.

3.1 Используя формулу

$$F = C\rho^\alpha r^\beta v^\gamma \eta^\delta ,$$

Записываем условия совпадения размерностей:

$$H = \frac{кг \cdot м}{c^2} = \left(\frac{кг}{м^3}\right)^\alpha м^\beta \left(\frac{м}{c}\right)^\gamma \left(\frac{кг}{м \cdot c}\right)^\delta . \tag{18}$$

Из этого выражения следует система уравнений для показателей степеней:

$$\begin{aligned} &кг: \quad \alpha + \delta = 1 \\ &м: \quad -3\alpha + \beta + \gamma - \delta = 1 . \\ &c: \quad -\gamma - \delta = -2 \end{aligned} \tag{19}$$

Теперь можем выразить три неизвестных через четвертую - δ. Тогда получаем:

$$\alpha = 1-\delta; \quad \beta = 2-\delta; \quad \gamma = 2-\delta \tag{20}$$

Следовательно, искомая формула получаем вид

$$F = C\rho v^2 r^2 \left(\frac{\rho r v}{\eta}\right)^{\delta}. \tag{21}$$

3.2 Так как степень δ может быть любой, то последнее выражение можно обобщить

$$F = C(\mathrm{Re})\rho v^2 r^2. \tag{22}$$

Где $C(\mathrm{Re})$ - произвольная функция от безразмерного параметра

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho r v}{\eta}. \tag{23}$$

который и называется числом Рейнольдса, а коэффициент $C(\mathrm{Re})$ можно назвать коэффициентом лобового сопротивления.

Часть 4. Экспериментальные измерения.

4.1 Сила лобового сопротивления описывается формулой (22), правда, коэффициент $C(\mathrm{Re})$ неизвестен. Само число Рейнольдса подсчитать не сложно, но какова зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа Рейнольдса? Попробуем воспользоваться неявной подсказкой про линейность неизвестной функции. Для этого для тех случаев, когда сила сопротивления и все параметры известны, посчитаем числа Рейнольдса и рассчитаем коэффициент лобового сопротивления по формуле

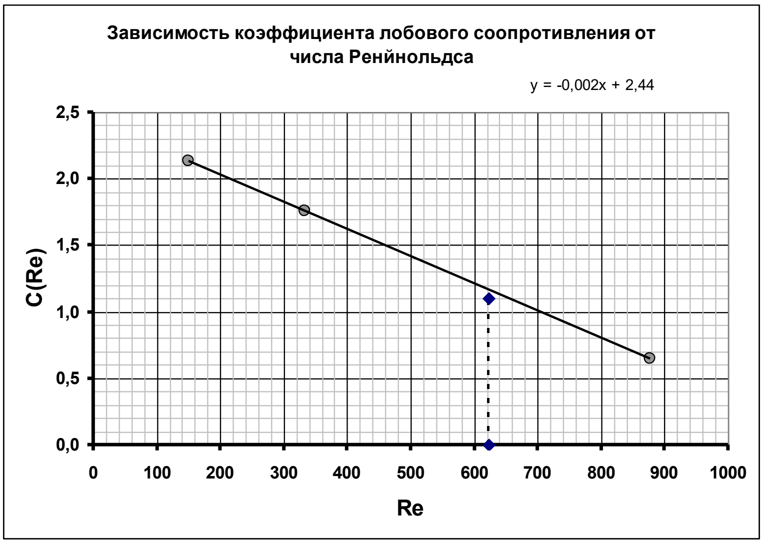
$$C = \frac{f}{\rho v^2 r^2}. \tag{24}$$

Результаты этих расчетов представлены в Таблице 1.

Таблица 1.

	$\eta, Па \cdot с$	$\rho, \frac{кг}{м^3}$	$r, м$	$v, \frac{м}{с}$	$F, Н$	Re	$C(\mathrm{Re})$
воздух	$1{,}8\cdot10^{-4}$	1,20	$1{,}0\cdot10^{-3}$	5,0	$1{,}66\cdot10^{-4}$	333	1,6
вода	$1{,}14\cdot10^{-3}$	$1{,}0\cdot10^{3}$	$1{,}0\cdot10^{-3}$	1,0	$2{,}04\cdot10^{-3}$	877	0,64
оливковое масло	$8{,}4\cdot10^{-2}$	$1{,}26\cdot10^{3}$	$1{,}0\cdot10^{-2}$	1,0	$8{,}45\cdot10^{-1}$	150	2,0
глицерин	1,48	$0{,}92\cdot10^{3}$	$1{,}0\cdot10^{-1}$	10,0	**?**	622	

Теперь построим график зависимости коэффициента лобового сопротивления от числа Рейнольдса (по трем точкам).



Видим, что действительно в данном диапазоне эта зависимость действительно близка к линейной! По этому графику находим значения коэффициента лобового сопротивления для $\mathrm{Re} = 622$: его примерное значение $C \approx 1{,}1$. Наконец, по формуле (22) находим значение силы, действующей на шарик в глицерине:

$$F \approx 3.2 \cdot 10^3 H \ . \qquad (25)$$