

Научно-методическое учреждение
«Национальный институт образования»
Министерства образования Республики Беларусь

**PISA-2018 В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ.
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ**

2021

Информация об экспертах:

Ковалева Галина Сергеевна — заведующий Центром оценки качества образования Института стратегии развития образования Российской академии образования, кандидат педагогических наук (*научное консультирование*)

Жук Ольга Леонидовна — профессор кафедры педагогики Белорусского государственного педагогического университета имени Максима Танка, доктор педагогических наук, профессор (*написание разделов по математической грамотности*)

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
I. АНАЛИЗ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ.....	5
1.1 Общие подходы к оценке математической грамотности.....	5
• Описание уровней сформированности математической грамотности ..	10
• Общие результаты выполнения учащимися заданий по математической грамотности.....	12
• Характеристика математических заданий и результаты их выполнения белорусскими школьниками в исследовании PISA-2018..	14
• Характеристика математических заданий с разными контекстами в исследовании PISA-2018 и результаты их выполнения	19
• Характеристика математических заданий по категориям содержательных областей в исследовании PISA-2018 и результаты их выполнения.....	21
• Характеристика математических заданий с разными формами ответов в исследовании PISA-2018 и результаты их выполнения	24
II. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОВЫШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ	28
2.1 Актуальность рекомендаций.....	28
2.2 Рекомендации для педагогов учреждений образования, реализующих образовательные программы общего среднего образования (математическая грамотность).....	30
• Цель методических рекомендаций	30
• Задачи.....	30
• Ожидаемые эффекты.....	30
2.3 Рекомендации для разработчиков учебно-методического обеспечения (математическая грамотность).....	36
• Цель методических рекомендаций	36
• Задачи.....	36
• Ожидаемые эффекты.....	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	40
ГЛОССАРИЙ.....	43
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	46

ВВЕДЕНИЕ

Международное сравнительное исследование качества образования PISA (The Programme for International Student Assessment), проводимое Организацией экономического сотрудничества и развития (ОЭСР / Organisation for Economic Co-operation and Development, OECD), является одним из комплексных и авторитетных исследований образовательных достижений учащихся в мире. Оно позволяет определить, в какой степени 15-летние учащиеся приобрели необходимые навыки для полноценного участия в жизни общества. Полученные в ходе исследования результаты дают правительствам стран-участниц объективную информацию о состоянии национальной системы образования и служат основанием для принятия обоснованных политических решений в области образования.

В 2018 году Республика Беларусь впервые приняла участие в исследовании PISA. Это позволило получить целостное представление об уровне образовательных достижений белорусских учащихся в сопоставлении с результатами других стран, а также выявить связь между образовательными достижениями и контекстными факторами: социально-экономическим положением и уровнем благосостояния учащихся, качеством образовательной среды, качеством преподавания, вовлеченностью учащихся в процесс обучения, поддержкой учащихся со стороны семьи и др. Ключевым направлением исследования PISA в 2018 году была читательская грамотность, двумя другими направлениями были математическая и естественнонаучная грамотности.

В данном издании представлен углубленный анализ результатов белорусских учащихся по математической грамотности, а также рекомендации по повышению качества образования для педагогов и разработчиков учебно-методических материалов для учреждений, реализующих образовательные программы общего среднего образования в Республике Беларусь.

Материал подготовлен в рамках проекта «Модернизация системы образования Республики Беларусь», реализуемого Министерством образования Республики Беларусь совместно с Международным банком реконструкции и развития.

I. АНАЛИЗ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В РЕСПУБЛИКЕ БЕЛАРУСЬ

Оценка математической подготовки 15-летних обучающихся в исследовании PISA основана на следующем определении математической грамотности: «*Математическая грамотность* — это способность человека рассуждать математически и формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в различных контекстах реального мира» [1].

Математическая грамотность характеризуется следующими составляющими: математические понятия, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснения и прогнозирования явлений. Математическая грамотность способствует пониманию личностью той «роли, которую математика играет в мире, и проведению обоснованных рассуждений и решений, которые необходимы конструктивным, активным и рефлексивным гражданам XXI века» [1].

Оценка математической грамотности учащихся являлась приоритетной областью для исследования PISA лишь в 2003, 2012 годах. Однако мониторинг математической компетентности или математической грамотности осуществлялся во всех проводимых циклах исследования и был в поле зрения его организаторов. В 2022 году *оценка математической грамотности учащихся и сама математика будут выступать в качестве основной предметной области и главного направления в исследовании PISA-2022.*

Концептуальная основа определения и оценивания математической грамотности в исследовании PISA-2022 (при сохранении в целом преемственности с идеями и подходами мониторинга математической грамотности в предыдущих циклах PISA) имеет некоторые особенности. Так, в методологии PISA-2022 учитывается новый фактор: «...в долгосрочной перспективе математическая грамотность должна также предусматривать синергетические взаимоотношения между математическим мышлением и вычислительным мышлением» [1]. Сущность вычислительного мышления в математике определяется математическими знаниями в области программирования, применяемыми для моделирования математических понятий и отношений [1]. Подчеркнем, что сущность математической грамотности заключается не только в использовании математики для решения реальных задач, но и в математическом мышлении как ключевом аспекте математической грамотности». При этом в методологической структуре исследования PISA-2022 центральная роль отводится «математическим рассуждениям как при решении проблем, так и в математической грамотности в целом» [1]. Также впервые в методологию

исследования PISA-2022 включены универсальные навыки XXI века, на которые опирается математическая грамотность и способствует их развитию: критическое мышление; креативное мышление; навыки исследования; самостоятельность, инициативность, настойчивость; использование информации; системное мышление; коммуникативные навыки; рефлексивность.

Концептуально-методологическую основу исследования математической грамотности составляют три взаимосвязанных компонента:

- контекст, в котором представлено задание, подлежащее решению;
- математическое содержание, которое включено в задания;
- мыслительные процессы (умственные действия, мыслительная деятельность), которые совершает учащийся для того, чтобы связать между собой контекст, в котором представлена проблема, и математическое содержание, которое необходимо для ее решения.

Кратко охарактеризуем три названных выше компонента.

Для оценивания математической грамотности в исследовании PISA используется специальный инструментарий — комплекс проблемных ситуаций, моделирующих проблемы окружающей действительности, социума, личности и представленных в некоторых контекстах. *Контекст, в котором представлена проблема* — это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Как и в предыдущих циклах исследования PISA, выделены и используются четыре категории контекстов, близких учащимся: личностный, профессиональный, социальный и научный. Личностный контекст связан с личностными ситуациями учащихся, вызывающими у них интерес: школьная жизнь, семья, взаимодействие со сверстниками и др. Социальный контекст моделирует жизнь общества и может проявляться на локальном, национальном или глобальном уровнях. Профессиональный контекст раскрывает ситуации мира профессий, трудовой деятельности; научный — связан с применением математики для разрешения теоретических, научно-прикладных, технологических проблем и др. Названные контексты часто взаимосвязаны. Подчеркнем, что проблемы, которые включаются в эти контексты, являются актуальными и моделируют жизненные ситуации и ситуации окружающего социума, мира в целом. Такие проблемы отличаются от традиционных типовых учебных задач, которые направлены преимущественно на формирование предметных (или узкопредметных) математических умений и навыков и в неполной мере мотивируют учащихся к изучению математики и применению ее для решения разнообразных задач из разных областей.

Математическое содержание, которое включено в задания, в исследовании PISA представлено четырьмя содержательными областями:

изменение и зависимости (алгебра) — задания, связанные с математическим описанием зависимостей между переменными в различных процессах;

пространство и форма (геометрия) — задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям;

количество (арифметика) — задания, связанные с числами и отношениями между ними;

неопределенность и данные (теория вероятностей и статистика) — область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости.

Таким образом, в исследовании PISA математическое содержание проектируется в соответствии с четырьмя так называемыми *обобщающими идеями (или феноменологическими категориями)* — пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределенность и данные, которые отражают основные типы проблем, возникающих при взаимодействии человека с окружающей действительностью. Эти обобщающие идеи определяют разделы и темы школьного курса математики. Именно из тематики, отвечающей названным обобщающим идеям, формулируются вопросы заданий, которые решают учащиеся в рамках PISA. Такой подход в исследовании PISA ориентирует на построение контекстного математического содержания, поскольку освоение школьниками такого математического содержания позволяет им применить его в самых многообразных ситуациях повседневной жизнедеятельности. При проектировании школьных образовательных стандартов и учебных программ по математическим предметам в Беларуси преобладает традиционный тематический подход, не позволяющий в полной мере реализовать межпредметность и метапредметность в содержании обучения.

Для описания *мыслительных процессов (умственных действий, мыслительной деятельности)* при решении учащимися предложенных математических заданий используются, как и в прежних циклах PISA, следующие глаголы:

- *формулировать* ситуацию математически;
- *применять* математические концепции, факты, процедуры и рассуждения;
- *интерпретировать*, использовать и оценивать математические результаты.

При этом разработчики концепции PISA-2022 особое внимание уделяют математическим рассуждениям (как дедуктивным, так и индуктивным). Поэтому задания теста PISA-2022 будут направлены в

большой степени на оценку способности учащихся к математическому рассуждению.

Ниже раскрывается сущность указанных видов деятельности:

- *формулировать ситуацию математически* — распознавать и определять возможности использования математики в проблемных ситуациях, принимать имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации;

- *применять математические концепции, факты, процедуры и рассуждения* — выполнять вычисления и манипуляции и применять известные учащимся концепции и факты, чтобы прийти к математическому решению проблемы, сформулированной математически;

- *интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты* — размышлять над математическими решениями или выводами, интерпретировать их в контексте реальной проблемы и определять, являются ли результаты или выводы разумными и/или полезными [1].

Подчеркнем, что в концепции исследования PISA сущность математической грамотности составляет *цикл решения задач (или моделирование)*, который как раз и раскрывается представленными выше видами мыслительной деятельности: *формулировать, применять и интерпретировать*. Разработчики концепции исследования PISA-2022 дополнили структуру математической грамотности, как было уже отмечено, математическими рассуждениями. Под математическими рассуждениями понимается способ оценки и приведения аргументов, оценки интерпретаций и выводов, связанных с высказываниями и решениями разнообразных проблем, которые по своей количественной природе лучше всего понимаются математически. На рисунке 1 представлена структура математической грамотности.



Рисунок 1 — Математическая грамотность: взаимосвязь между математическими рассуждениями и циклом решения задач (моделирования)

Из рисунка 1 следует, что в центре математической грамотности находятся математические рассуждения, которые пронизывают все этапы решения задач или моделирования.

Ниже на рисунке 2 показана взаимосвязь между математической грамотностью, областями математического содержания, контекстами и универсальными навыками XXI века.

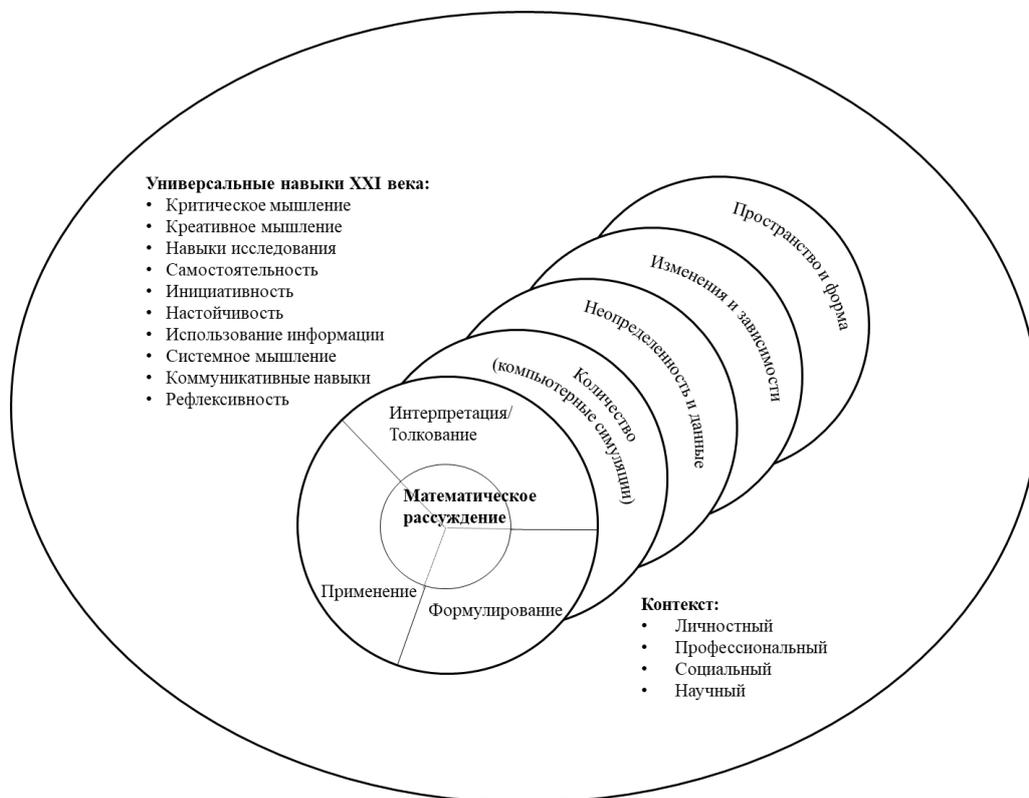


Рисунок 2 — Взаимосвязь между математической грамотностью, математическим содержанием, контекстами проблем и универсальными навыками

Данный рисунок отражает все главные конструкты оценки математической грамотности учащихся и их взаимосвязи. В центре — математические рассуждения, реализуемые на всех этапах решения задач, которые представлены в четырех содержательных областях математики. Эти области, в свою очередь, связаны с четырьмя контекстами, определяющими сферы применения полученных школьниками математических результатов. Также в самом большом круге представлен перечень универсальных компетенций XXI века, востребованных в современном обществе, который соотносится со всеми контекстами. Названные компетенции могут проявляться и оцениваться на всех этапах решения задач.

Целью исследования PISA в области оценивания математической грамотности выступает диагностика не освоения школьных учебных программ по математическим предметам и воспроизведение предметных

знаний и умений, а выявление уровня сформированности способности учащихся применять и интерпретировать математические знания, умения и навыки в различных социально-личностных и научно-профессиональных ситуациях. Участник международного исследования PISA-2018 должен был продемонстрировать способность рассуждать, используя математические концепты, факты и инструменты для объяснения и прогнозирования различных явлений и процессов. При этом учащемуся следовало показать также умения аргументированно делать выводы, устанавливать статистические и логические закономерности, формулировать математическую задачу, выдвигать и обосновывать гипотезы и находить решения, интерпретировать их, перенося на другие процессы и явления. С этой целью большинство вопросов в предлагаемых заданиях PISA основано на реальных контекстах, в которых математика играет важнейшую роль при решении проблем.

Описание уровней сформированности математической грамотности

В исследовании PISA формой представления результатов тестирования является 1000-балльная шкала. В соответствии с критериями PISA предлагается следующая градация результатов тестирования для определения уровня достижений математической грамотности (табл. 1). На рисунке содержится характеристика видов мыслительной деятельности в соответствии с шестью уровнями сформированности математической грамотности. Виды деятельности, характерные для предыдущих уровней сложности математической грамотности, включаются в последующие более высокие уровни грамотности.

Таблица 1 — Шкала оценки уровней математической грамотности

Уровень, пороговое значение	Характеристика математических навыков
6 / 669 баллов	На 6-м уровне математической грамотности учащиеся могут осмысливать, обобщать и использовать информацию, основываясь на самостоятельном изучении и моделировании сложных ситуаций, а также использовать свои знания в относительно нестандартных контекстах. Они могут связывать несколько различных источников информации и форм представления и легко переходить от одной из них к другой. Учащиеся обладают повышенными навыками математического мышления и рассуждения, а также символических и формальных математических

	операций, что позволяет им разрабатывать новые подходы и стратегии для работы с новыми ситуациями. Кроме того, учащиеся способны размышлять о своих действиях, формулировать и разъяснять свои действия и размышления о полученных результатах, интерпретациях, аргументах и их соответствии изначальной ситуации
5 / 607 баллов	На данном уровне учащиеся могут разрабатывать и работать с моделями для сложных ситуаций, определяя рамки и уточняя предположения. Они могут выбирать, сравнивать и оценивать соответствующие данным моделям стратегии решения задач. Кроме того, учащиеся могут использовать хорошо развитые навыки мышления и аргументации, соответствующие формы представления, символичные и формальные характеристики для стратегической работы с данными ситуациями. У учащихся, относящихся к данному уровню, начала развиваться способность размышлять о своих действиях и излагать свои выводы и интерпретации в письменной форме.
4 / 545 баллов	Учащиеся, достигшие 4-го уровня, умеют эффективно работать с конкретными моделями для конкретных сложных ситуаций, которые могут включать в себя ограничения или необходимость делать предположения. Они могут выбирать и интегрировать различные формы представления, в том числе символичные, связывая их напрямую с ситуациями из жизни. Кроме того, такие учащиеся могут использовать свой ограниченный набор навыков и рассуждать в однозначных контекстах. Они умеют формулировать и излагать объяснения и аргументы, исходя из своих интерпретаций, аргументов и действий.
3 / 482 балла	Учащиеся могут четко выполнять описанные процедуры, в том числе те, которые требуют последовательного решения. Их интерпретации достаточно логичны для того, чтобы стать основой простой модели или для выбора и применения простых стратегий решения задач. На данном уровне учащиеся могут интерпретировать и использовать формы представления, исходя из различных источников информации, и рассуждать с опорой на них. Они умеют работать с процентами, дробями, десятичными числами и пропорциональными отношениями. Их решения отражают тот факт, что они умеют интерпретировать и рассуждать на базовом уровне.
2 / 420 баллов	Учащиеся могут интерпретировать и распознавать ситуации в контекстах, требующих только прямого вывода, посредством извлечения необходимой информации из одного источника. Кроме того, на этом уровне они могут использовать основные алгоритмы, формулы, процедуры для решения проблем, связанных с целыми числами. Они способны продемонстрировать буквальное толкование результатов.
1 / 358 баллов	На 1-м уровне учащиеся могут отвечать на ясно поставленные вопросы со знакомым контекстом, в которых присутствует вся необходимая информация. Они могут определить информацию и выполнить последовательные процедуры в соответствии с прямыми указаниями в задании в понятных ситуациях. Они могут выполнять действия, которые

практически всегда являются очевидными, и следовать указаниям условия задания.
--

Как следует из таблицы 1, достижения каждого участника тестирования, выраженные в баллах, соотносятся с определенным уровнем, указывающим на сформированность компетенций учащегося. Можно заключить, что 5—6-й уровни (высокий) предполагают ярко выраженные умения анализировать, рассуждать, выдвигать и обосновывать собственные гипотезы, находить нестандартные решения и их интерпретировать, перенося на другие явления и процессы; 4—3-й уровни (средний) — способность использовать имеющиеся знания и умения для получения новой информации, применять ее и интерпретировать; 2-й уровень — умения применять имеющиеся знания и навыки в простейших ситуациях; 1-й уровень — низкий уровень элементарных знаний и невысокая вероятность выполнения заданий. Уровень 2 считается пороговым для положительной оценки математической грамотности.

Различие видов мыслительной деятельности, характерных для каждого из шести выявленных уровней, определяется следующими показателями: сложностью анализа, обобщений, рассуждений, аргументации и доказательств, необходимых для формулирования и решения проблемы; сложностью способа решения (от одношагового до многошагового решения); формой представления информации в описании предлагаемой ситуации (от единственной формы до нескольких форм: схемы, рисунки, графики и др.); широтой и сложностью контекста, в который переносится и интерпретируется найденное решение.

Заметим, что предложенная оценка математической грамотности учащегося имеет вероятностный характер. Это означает, что существует достаточно большая вероятность, что ученик успешно справится с заданиями, трудность которых ниже оценки состояния его математической грамотности, и, скорее, не сможет выполнить задания, трудность которых выше полученной им оценки.

Общие результаты выполнения учащимися заданий по математической грамотности

Учащиеся Республики Беларусь достаточно успешно справились с большей частью заданий по математической грамотности, набрав 472 балла и превысив средний результат всех стран-участниц исследования PISA-2018 (рис. 3).

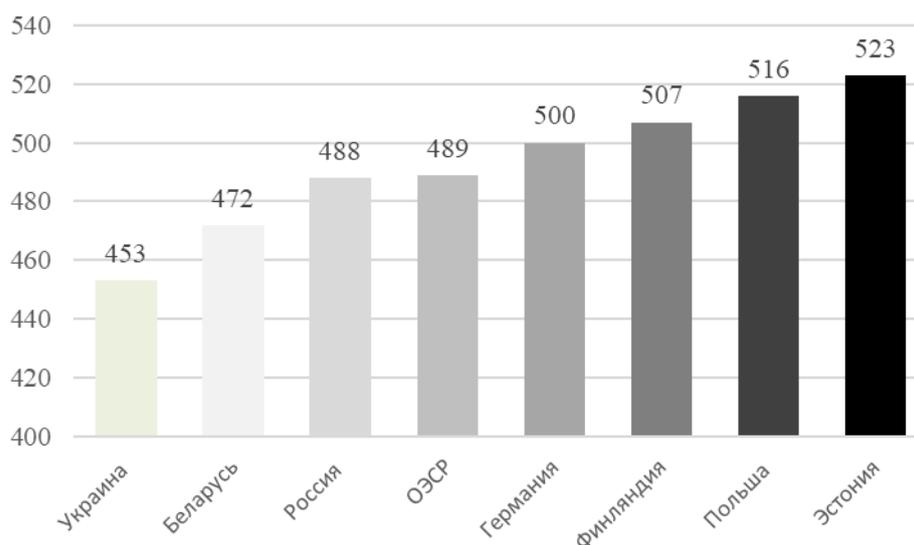


Рисунок 3 — Результаты тестирования математической грамотности (в баллах по международной шкале) в исследовании PISA-2018 по некоторым странам

Анализ данных о количестве учащихся, достигших конкретных уровней математической грамотности, позволяет сделать следующие выводы [2]. По результатам международного сравнительного исследования PISA-2018 70,6% учащихся Республики Беларусь достигли и превысили пороговый уровень математической грамотности (2-й уровень). В странах ОЭСР таких учащихся оказалось 76,0%. Количество белорусских учащихся, достигших и превысивших пороговый уровень математической грамотности, практически не отличается от количества подобных учащихся из таких стран, как Литва, Венгрия, США, Хорватия, Мальта и Люксембург.

Наибольшая доля учащихся, достигших и превысивших пороговый уровень, наблюдается в отдельно выбранных урбанизированных провинциях Китая (97,6%), Макао (95%), Сингапуре (92,9%), Гонконге (90,8%) и Эстонии (89,8%).

Анализ результатов распределения учащихся по уровням математической грамотности показывает следующее:

- доля учащихся, достигших 3-го уровня и недостижных 4-го уровня, практически совпадает в Республике Беларусь и странах ОЭСР: 23,4% и 24,4% соответственно;
- доля учащихся, недостижных 3-го уровня, в Республике Беларусь больше, чем в ОЭСР: 54,1% и 46,1% соответственно;
- доля учащихся, превысивших 3-й уровень и достигших 4, 5, 6-го уровней, в ОЭСР больше, чем в Республике Беларусь (в странах ОЭСР — 53,9%; в Беларуси — 45,9%).

Обучающиеся, выполнившие задания второго уровня и выше, считаются функционально грамотными. Доля белорусских учащихся, не

достигших порогового уровня математической грамотности (ниже 2-го уровня), составила 29,4%.

Число белорусских учащихся, достигших наивысшего уровня математической грамотности (5—6-й уровни), составило в 2018 году 7,3%, что ниже показателя стран ОЭСР (10,9%). В лидирующих странах таких учащихся значительно больше: 15,8% — в Польше; 18,4% — в Нидерландах; 44,3% — в четырех урбанизированных провинциях Китая.

В соответствии с международными данными PISA-2018 самый высокий процент участников, достигших 6-го уровня математической грамотности, составляет 16,5%. Это достижение относится к учащимся четырех урбанизированных провинций Китая. Среди белорусских участников этого уровня достигли лишь 1,2% учащихся. Среди учащихся ОЭСР этот показатель равен 2,4%.

Таким образом, результаты проведенного анализа показывают, что, с одной стороны, средний показатель математической грамотности белорусских участников PISA-2018 несколько ниже, но вместе с тем несущественно отличается от среднего уровня математической грамотности учащихся стран ОЭСР. С другой стороны, наблюдается заметное снижение у белорусских учащихся показателей сформированности математической грамотности

к 4-му уровню, который характеризуется переходом от рассуждений, формулирования, применения и интерпретации на базовом (или алгоритмическом) уровне к исследовательскому уровню выполнения заданий. Сказанное означает, что в процессе обучения математике следует в большей мере использовать задачи исследовательского характера разного уровня сложности с актуальным контекстным содержанием, решение которых предполагает не только алгоритмическую деятельность, но и эвристическую или творческую работу обучающихся, умения работать с текстом, математически формулировать ситуацию, обосновывать и находить многоступенчатые решения задачи, переносить математические результаты на другие процессы и явления. Этот вывод подтверждается результатами выполнения заданий по математической грамотности, которые будут представлены в следующем разделе.

Характеристика математических заданий и результаты их выполнения белорусскими школьниками в исследовании PISA-2018

Все задания PISA являются контекстно ориентированными и не основаны лишь на учебных предметных ситуациях, а базируются на широком содержании и связаны с разнообразными проблемными ситуациями, с которыми могут встретиться выпускники школ в реальной жизни. Для решения подобных математических заданий требуются не только

предметные знания, умения и навыки, но и межпредметные и метапредметные умения, отличающиеся универсальным и обобщенным характером и возможностью переноса на разнообразные процессы и явления.

В исследовании PISA-2018 по математической грамотности учащимся были предложены для решения комплексные задания, включающие 70 вопросов (или задач). Задания включали словесное описание ситуации, в котором нередко содержалась дополнительная информация в форме таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем, а также один или два вопроса (иногда — три, реже — четыре вопроса), связанных с этой ситуацией. При этом в некоторых случаях для ответа на последующие вопросы надо было использовать не только данные из описания ситуации, но и данные, полученные при ответе на предыдущие вопросы. Белорусские участники выполняли задания в компьютерном формате.

Как указывалось выше, в исследовании PISA, в том числе в цикле проекта PISA-2018, в рамках математической грамотности оценивались три вида познавательной (когнитивной) деятельности: 1) формулировать ситуацию математически; 2) применять математические концепции, факты, процедуры; 3) интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты, которые составляют цикл решения задач. Таким образом, при решении математических заданий участники должны были продемонстрировать следующие виды познавательной деятельности (умения):

Формулировать ситуацию математически:

- выбрать математическое описание, описывающее задачу;
- определить ключевые переменные;
- читать, расшифровывать и понимать утверждения, вопросы, объекты и изображения;
- определить и описать основные переменные;
- перевести задачу в стандартный алгоритм.

Применять математические концепции, факты, процедуры:

- выполнить простые вычисления;
- выбрать стратегию из списка;
- понять и использовать инструменты;
- создать математические диаграммы, графики, извлекать из них информацию;
- использовать многоступенчатое решение.

Интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты:

- толковать результат по контексту решения;

- обосновать, почему результат верен или нет;
- толковать математические выводы в различных форматах;
- рассуждать о том, как полученные результаты влияют на различные процессы.

В исследовании PISA-2018 предпочтение было отдано заданиям на применение. Частота использования в исследовании PISA-2018 заданий в зависимости от вида познавательной деятельности следующая: на формулирование — 30% заданий, на применение — 55% заданий, на интерпретацию — 15% заданий.

Подчеркнем, что деление математических заданий в соответствии с видами познавательной деятельности является условным, поскольку решение конкретного задания может предполагать применение умений, востребованных при решении других задач.

Лучше всего белорусские учащиеся справились с решением заданий на *интерпретирование, использование и оценивание* математических результатов (49,33% — средний процент выполнения этих заданий); также близкий к этому результату белорусские учащиеся продемонстрировали при выполнении заданий на *применение* математических концепций, фактов, процедур (44,30%). Ниже на рисунке 4 представлены результаты выполнения белорусскими участниками математических заданий в зависимости от видов познавательной деятельности.

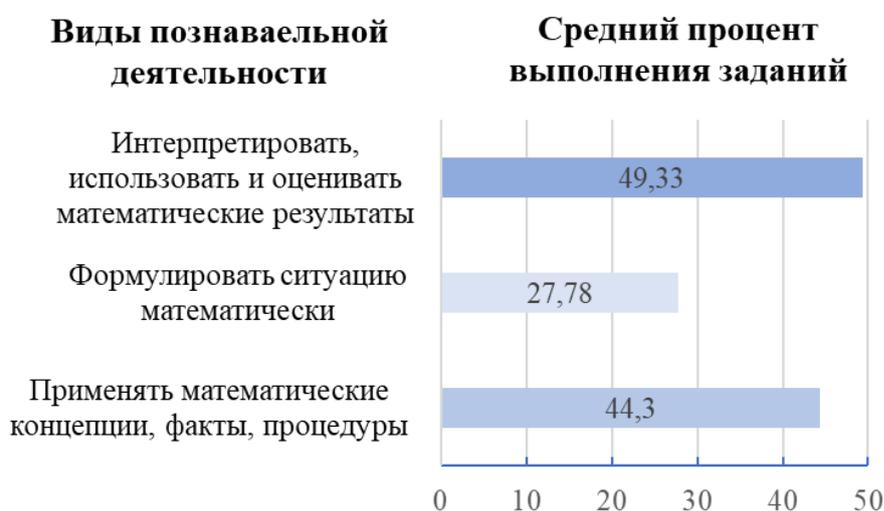


Рисунок 4 — Процент белорусских учащихся, верно выполнивших математические задания в зависимости от вида познавательной деятельности

Невысокие результаты выполнения заданий на *формулирование* ситуации математически (27,78%), которые продемонстрировали белорусские учащиеся, подтверждают, что учащиеся не в полной мере могут

работать с текстами и критически их оценивать; добывать и анализировать информацию из разных источников, представленную в разных форматах, видеть в массиве информации переменные, взаимосвязи между факторами, противоречия, проблемные ситуации и связывать их с математическим содержанием и переводить в математическую задачу. Учащимся не хватает опыта работы с текстами широкой проблематики, постановки проблем и формулирования задач на языке математики. Недостаточное владение белорусскими школьниками вышеуказанными умениями и навыками подтверждается тем фактом, что контекстных задач в действующих учебниках по математическим предметам представлено недостаточно. Так, например, подобных задач в учебнике по математике для 6-го класса содержится около 2% [3]; в учебнике по алгебре для 8-го класса содержится 24 контекстных (или компетентностных) задачи (1,6% от общего количества заданий) [4]; в учебнике по геометрии для 8-го класса — 21 задача (около 5%) [5]. При этом отметим, что в учебниках по алгебре и геометрии для 7—8-го классов теоретический материал изложен доступно; содержится большое количество разноуровневых по сложности заданий, достаточно заданий на повторение; в учебник по геометрии включен справочный материал, материал для подготовки к контрольным работам [4, 5, 6, 7].

Ниже в таблице 2 представлено распределение контекстных задач в белорусских учебниках алгебры и геометрии для 9-го класса в зависимости от вида познавательной деятельности.

Таблица 2 — Количество контекстных задач в учебниках алгебры и геометрии для 9-го класса в зависимости от вида познавательной деятельности

Виды познавательной деятельности	Геометрия, 9-й класс Количество контекстных задач / процентное содержание	Алгебра, 9-й класс Количество контекстных задач / процентное содержание
<i>Формулировать</i> ситуацию математически	8 / 19%	14 / 13%
<i>Применять</i> математические концепции, факты, процедуры	24 / 56%	70 / 68%
<i>Интерпретировать,</i> использовать и оценивать математические результаты	11 / 25%	20 / 19%
Всего	43 / 100%	104 / 100%

Из таблицы 1.2 следует, что в учебниках по алгебре и геометрии для 9-го класса объем задач, решение которых предполагает применение умений формулировать ситуацию математически, невысокий: 8 и 19 задач

соответственно [8, 9]. Несмотря на то, что в учебнике по геометрии для 9 класса содержатся разделы: «Реальная геометрия», «Геометрия 3D», «Моделирование», «Гимнастика ума», «Креативная геометрия», которые усиливают практико-ориентированную составляющую содержания учебного материала, вместе с тем подавляющее большинство задач направлено на прямое применение учащимися известных фактов и теорем, стандартных приемов, известных алгоритмов. Также, например, в учебнике по алгебре для 9-го класса в каждой главе присутствуют разделы «Практическая математика», «Увлекательная математика» и задания на повторение, предлагающие практико-ориентированные задачи. Однако задачи научно-профессиональной и социально-личностной направленности составляют незначительную часть. Небольшой объем составляют (или практически отсутствуют) задачи, требующие найти закономерность, провести обобщение или обосновать полученные результаты, самостоятельно разработать алгоритм действий, применить знания из различных предметных областей, осуществить перенос знаний в нематематические области.

Проведенный анализ действующих учебников по геометрии и алгебре для 10—11-х классов показывает, что доля задач прикладного, практико-ориентированного, межпредметного характера низка; в них крайне мало содержится контекстных задач исследовательского типа, предполагающих работу с информацией, представленной в виде диаграмм, таблиц, схем и др. [10, 11, 12, 13].

Выпускной экзамен и вступительные испытания по математике в вузы (в виде централизованного тестирования) предполагают использование в большей степени предметных знаний, умений и навыков и в меньшей степени — способов формулирования математических задач и интерпретации найденных решений в многообразных контекстах [14, 15, 16].

Заметим, что на выпускных экзаменах по математике (на данном этапе) такие задачи отсутствуют.

Таким образом, проведенный анализ действующих учебников по математическим предметам показывает недостаточный объем математических заданий прикладной направленности, задач, предполагающих при их решении работу с текстом в разных форматах, постановку на основе анализа данных математической проблемы, исследовательскую или проектную деятельность учащихся, перенос математических знаний в другие области. Это, в свою очередь, является одной из причин невысокого результата выполнения белорусскими школьниками заданий на формулирование, недостаточно высокого — на применение и интерпретацию.

Результаты сравнения выполнения заданий в зависимости от вида познавательной деятельности белорусскими школьниками и их зарубежными

сверстниками показывают, что представители других стран (России, Эстонии, Финляндии, Германии, Польши) также хуже выполнили задания на формулирование, чем на интерпретацию и применение.

Характеристика математических заданий с разными контекстами в исследовании PISA-2018 и результаты их выполнения

Как отмечалось выше, в исследовании PISA-2018 математические задания разделялись по 4-м контекстам: личностный, профессиональный (образование и профессиональная деятельность), социальный, научный. Уточним более конкретно содержание каждого контекста: личностный — деятельность конкретного человека, семьи группы сверстников, например приготовление пищи, покупки, здоровье, игры, спорт, личное расписание, финансы и т. п. (отражен в задании «Пицца») [17]; профессиональный — профессиональная деятельность и образование, например начисление заработной платы, контроль качества, календарное планирование, дизайн, архитектура, расчет сметы при строительстве и т.п. (отражен в задании «Плотник») [17]; социальный — жизнь общества на локальном, национальном и глобальном уровнях, например общественный транспорт, демография, реклама, государственная статистика и экономика и т. п. (отражен в задании «Рок-концерт») [17]; научный — наука, технологии, явления физического мира, например климат, экология, медицина, космос, генетика, измерения и непосредственно область математики и т. п. Например, на основе имеющихся статистических данных требуется сделать прогноз относительно наступления землетрясений. В научных контекстах могут быть представлены теоретические вопросы, например анализ половозрастных пирамид населения, или чисто математические задачи, не связанные непосредственно с реальной жизнью, например если даны длины двух сторон треугольника, то чему может быть равна длина третьей стороны (отражен в заданиях «Мусор»; «Вращающаяся дверь», вопросы 1, 2, 3; «Парусные корабли», вопросы 1, 2, 3) [17].

Приведем частоту использования задач с различными контекстами, которые были предложены в исследовании PISA-2018. На личностный контекст приходилось 17% заданий, на профессиональный — 22% заданий, на социальный — 35% заданий, на научный — 26% заданий. Из представленной информации следует, что в исследовании PISA-2018 преобладают задачи с социальным контекстом; с небольшой разницей представлены задания с научным и профессиональным контекстами; и в меньшей мере содержатся задания с личностным контекстом. Такое распределение задач по контекстам еще раз подчеркивает целевую установку

исследования PISA на оценивание способности учащихся применять математику в самых широких контекстах, связанных в условиях цифровизации с большими изменениями в сфере технологий, науки, профессий, природных и физических процессов, глобальных проблем человечества.

Более высокие результаты белорусские учащиеся показали при решении заданий с личностным контекстом: средний процент выполнения — 50,89%; процент учащихся, верно выполнивших задания с социальным контекстом, составил 42,35%. Хуже были выполнены задания с профессиональным и научным контекстами — 34,79% и 35,98% соответственно. Указанные цифры представлены на рисунке 5.

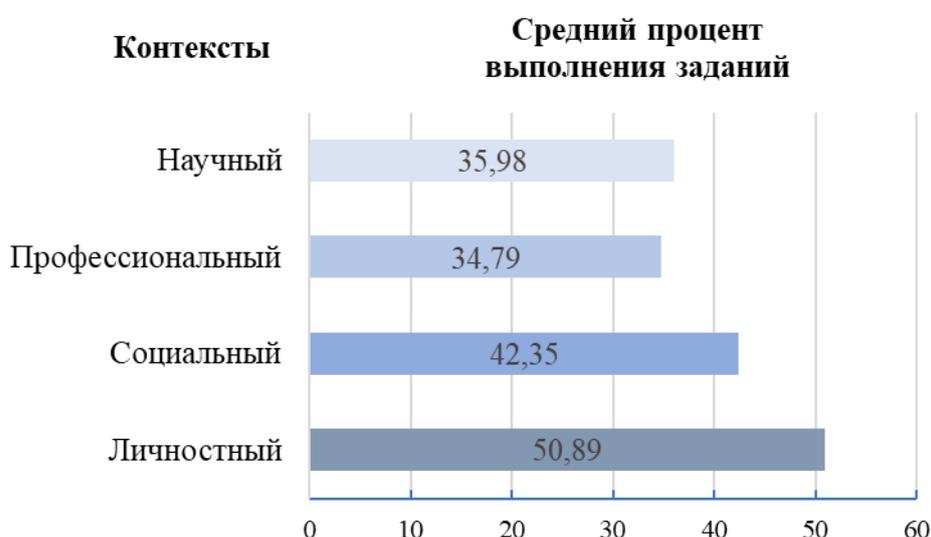


Рисунок 5 — Процент белорусских учащихся, верно выполнивших математические задания с различными контекстами

Сравнительный анализ представленных в таблице данных свидетельствует, что у белорусских учащихся не хватает опыта решения контекстных заданий.

Ниже в таблице 3 представлены объемы контекстных задач в отечественных учебниках по геометрии и алгебре для 9-х классов в соответствии с контекстами.

Таблица 3 — Количество контекстных задач с различными контекстами по математике, содержащихся в учебниках

Контексты	Геометрия, 9-й класс Количество контекстных задач/ процентное содержание	Алгебра, 9-й класс Количество контекстных задач/ процентное содержание
-----------	---	---

Личностный	12/28%	36/35%
Профессиональный	4/9%	21/20%
Социальный	9/21%	34/33%
Научный	18/42%	13/12%
Всего:	43/100%	104/100%

Как отмечалось выше, в отечественных учебниках по математике в недостаточной степени содержатся задачи с научным и профессиональным контекстами [8, 9]. При этом подчеркнем, что содержание учебного материала по математическим предметам обладает достаточным прикладным или компетентностным потенциалом. Более высокие результаты выполнения участниками заданий с личностным и социальным контекстами объясняются близостью подобного социально-личностного контента с возрастными потребностями учащихся, проблемами, которые непременно встают в обществе перед юными гражданами и присутствуют в их реальной жизни.

Результаты сравнительного анализа показывают, что зарубежные участники (Россия, Эстония, Финляндия, Германия, Польша) также продемонстрировали более высокие результаты при решении задач на личностный, социальный контексты, хуже выполнили задания на научную и профессиональную направленность.

Характеристика математических заданий по категориям содержательных областей в исследовании PISA-2018 и результаты их выполнения

В исследовании PISA-2018 формирование тестовых заданий по математической грамотности осуществлялось по четырем содержательным областям математики:

1) изменение и зависимости (явления прироста) — задания связаны с выявлением зависимостей между переменными в различных процессах и соответствуют алгебраическому материалу. Вопросы, охватывающие данную содержательную область: развитие организмов, сезонные изменения и циклы, погодные условия, показатели занятости и экономические условия, функции, алгебраические выражения, уравнения, неравенства, таблицы, графические изображения, представление данных, описанное с помощью статистики, зависимость между элементами геометрических фигур, явления, описываемые линейными и нелинейными отношениями и т. п. (отражено в заданиях «Поездка на машине», «Пицца») [17];

2) пространство и форма (выведение геометрических приблизительных значений) — задания относятся к пространственным и плоским геометрическим фигурам и отношениям и соответствуют геометрическому материалу. Вопросы, охватывающие данную содержательную область:

понимание перспективы, создание и чтение карт, изменение форм, толкование трехмерных изображений, вычисление площади, объема и т. п. (отражено в задании «Треугольники») [17];

3) количество (компьютерные симуляции) — задания связаны с числами и отношениями между ними и соответствуют арифметике. Вопросы, охватывающие данную содержательную область: понимание измерений, подсчетов, величин, количественных тенденций; применение знаний о числах и числовых операциях; использование компьютерных симуляций для решения и анализа задач (отражено в задании «Рок-концерт») [17];

4) неопределенность и данные (обусловленное принятие решений) — задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости и соответствуют теории вероятности и статистике. Вопросы, охватывающие данную содержательную область: экономическое прогнозирование, результаты опросов и метеорологические прогнозы, производственные процессы, исследование развлекательных мероприятий, вероятности событий и т. п. (отражено в задании «Бытовые отходы») [17].

Заметим, что некоторые вопросы могут быть отнесены к нескольким содержательным областям.

Таким образом, с одной стороны, указанные содержательные области математики, по которым конструируются задания в PISA, соответствуют семи основным содержательным направлениям отечественного школьного курса математики:

- Числа и вычисления.
- Выражения и преобразования.
- Уравнения и неравенства.
- Координаты и функции.
- Геометрические фигуры и их свойства.
- Геометрические величины.
- Геометрические построения.

С другой стороны, предлагаемые в исследовании PISA-2018 содержательные области математики и разработанные в их рамках задания по математической грамотности отражают суть многих явлений и процессов окружающей действительности, проблем, с которыми учащиеся сталкиваются или будут встречаться в реальной жизни. Решение школьниками подобных заданий позволяет оценить их способности в применении математики в повседневной жизни, а также способствует формированию у них понимания математической сущности многих явлений окружающего мира, математического кругозора.

Приведем частоту использования задач (вопросов) из различных содержательных областей, которые были предложены в исследовании PISA-

2018. К категории изменения и зависимости относились — 49% вопросов, пространство и форма — 10%, количество — 36%, неопределенность и данные — 4% вопросов.

Результаты выполнения белорусскими школьниками заданий по математической грамотности в зависимости от содержательных областей представлены ниже на рисунке 6.

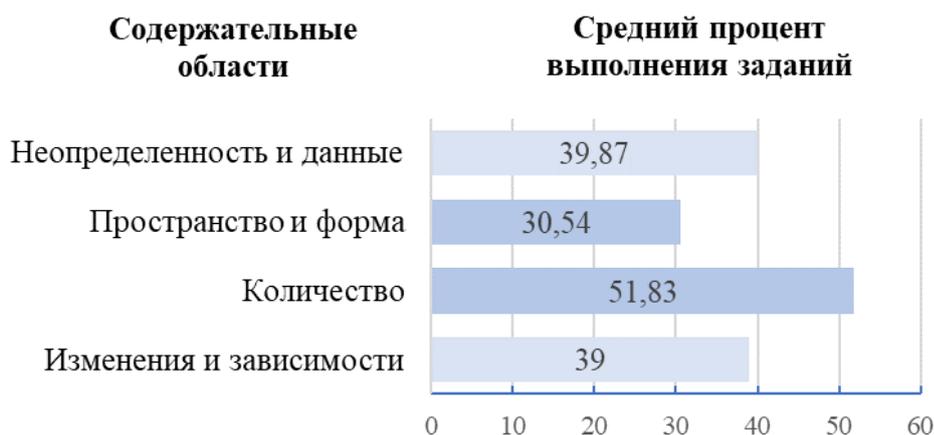


Рисунок 6 — Процент белорусских учащихся, верно выполнивших математические задания с различным математическим содержанием

Как следует из вышепредставленной информации, почти половина вопросов в заданиях приходилась на математическую область «Изменения и зависимости». Однако белорусские участники испытывали определенные трудности при решении подобных заданий — 39,00% правильных ответов. Трудности были связаны с тем, что школьникам необходимо было найти информацию, содержащуюся в таблицах, диаграммах и др.; определить переменные; установить зависимость между величинами; вывести формулу или воспользоваться предлагаемой формулой; обосновать выводы на основе полученных результатов. В 12 вопросах из 34 на изменения и зависимости требовалось дать открытый развернутый ответ. Это также вызвало у учащихся проблемы, поскольку им следовало продемонстрировать умения рассуждать и обосновывать собственные пути решения и полученные ответы. Примерно на таком же уровне участники из Беларуси решили задания из области «Неопределенность и данные» — 39,87% правильных ответов. При этом хуже всего белорусские участники справились с решением заданий на пространство и форму, т. е. из геометрии. Наиболее низкие для себя результаты в этой же области математики продемонстрировали участники из стран, занимающих высокие позиции по итогам PISA-2018: Россия, Эстония, Финляндия, Германия, Польша. Традиционно выведение геометрических

приблизительных значений, толкование трехмерных изображений вызывают у учащихся определенные трудности. Это подтверждает тот факт, что школьникам в течение обучения следует больше упражняться в решении подобных задач, что будет способствовать развитию геометрического воображения и приобретению необходимых навыков. Лучше всего белорусские учащиеся, как и их сверстники из названных выше стран, продемонстрировали умения решать задачи из содержательной области «Количество». Это связано с тем, что вопросы, связанные с числами и числовыми операциями, измерениями, подсчетами, чаще встречаются в реальной жизни учащихся; при этом они имеют больше опыта по решению подобных задач, поскольку умения работы с числами носят надпредметный характер и используются как при изучении других предметов, так и в различных внеучебных ситуациях.

Характеристика математических заданий с разными формами ответов в исследовании PISA-2018 и результаты их выполнения

Для оценки математической грамотности в исследовании PISA-2018 использовались задания с разными формами ответов: 1) задание с комплексным множественным выбором (проверяется программой) — выбор одного варианта из нескольких ответов; да/нет, верно/неверно; установить соответствие (задание на сопоставление); 2) задание с открытым развернутым ответом (проверяется программой) и задание с открытым развернутым ответом (проверяется экспертами) — демонстрация предпринятых действий по решению задания, т. е. запись ответа или решения, формулы; обоснование полученного результата; 3) задание с простым множественным выбором (проверяется программой) — ответ, который легко оценить как правильный или неправильный, ответ представляется в числовой форме (ввести числовой ответ, ввести числовой промежуток).

Доля заданий с комплексным множественным выбором (проверяется программой) составила — 24 задания; задания с открытыми развернутыми ответами — 14 заданий, задания с простым множественным выбором — 32 задания.

Ниже на рисунке 7 представлены результаты выполнения белорусскими учащимися заданий с разными формами ответов.



Рисунок 7 — Процент белорусских учащихся, верно выполнивших математические задания с разными формами ответов

Как следует из рисунка 7, более низкие результаты белорусские учащиеся продемонстрировали при решении заданий с открытыми развернутыми ответами. Выполнение таких заданий предполагает не только записать правильный ответ, но и привести письменное решение; при этом учащиеся должны были составить и обосновать собственную формулу; объяснить многоступенчатое решение задачи, представив его алгоритм; записать решение геометрической задачи, пользуясь пояснительным рисунком; извлечь информацию из предложенных таблиц, графиков, диаграмм и сделать выводы.

При выполнении заданий с комплексным множественным выбором белорусские участники показывали хорошие результаты, когда требовалось ввести ответ в простой числовой форме. Трудности возникали при необходимости вывода формулы и ее использования для решения; выдвижении и обосновании гипотез (путей) решения заданий в несколько действий.

Задания с простым множественным выбором составляли большую часть. При их решении белорусские учащиеся продемонстрировали более высокие показатели, особенно при выполнении заданий, объединенных личностным контекстом (покупки и др.).

Отметим, что контекстное содержание заданий по математической грамотности представлено не только в виде простого текста в вербальной форме, но и в виде таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем. При этом от

учащихся требовались умения извлекать необходимую информацию при разных формах ее подачи для анализа представленной проблемы, формулирования задачи на языке математики. Особенностью контекстных заданий является включение в их условия избыточной информации, которую учащиеся должны распознать и корректно отобрать лишь нужный материал.

Представители стран (Россия, Эстония, Финляндия, Германия, Польша) продемонстрировали такие же тенденции в результатах выполнения заданий в зависимости от формы ответа, как и белорусские учащиеся. Так, более высокие результаты зарубежные сверстники показали при решении заданий с простым множественным выбором и комплексным множественным выбором; хуже показатели были при решении заданий с открытыми ответами, требующими обоснования вывода собственных формул, алгоритмов решения, объяснения полученных результатов.

В целом результаты выполнения представителями указанных стран заданий с разными формами ответов выше, чем показатели белорусских учащихся. Это объясняется несколькими причинами: нет опыта участия Республики Беларусь в предыдущих циклах исследования PISA, у учащихся недостаточно опыта решения контекстных задач.

Проведенный анализ белорусских учебников по математическим предметам подтверждает, что наблюдается тенденция значительного снижения доли контекстных (компетентностных) задач от класса к классу. Уровень проблемности и сложности, а также содержательного разнообразия задач

в 10—11-х классах недостаточный [10, 11, 12, 13]. Преобладают задачи научного контекста, связанные лишь с математикой; задач исследовательского характера, решение которых предполагает эвристическую или творческую составляющие, в старших классах крайне мало. В самостоятельных, контрольных и экзаменационных работах практико-ориентированные задания (например, предполагающие готовность работать с информацией, представленной в виде диаграмм, таблиц, схем, а также в разных контекстах) занимают незначительную часть, а чаще всего отсутствуют [14, 15]. Указанные факты являются значимыми причинами тех трудностей, которые испытывали белорусские учащиеся при выполнении заданий по математической грамотности.

Вместе с тем белорусские учащиеся впервые принимали участие в исследовании PISA-2018 и несмотря на недостаточный опыт решения контекстных задач они в целом показали достойные результаты математической грамотности. Этот вывод следует из диаграммы (см. рис. 1. 3.), где представлены в баллах результаты тестирования математической грамотности в исследовании PISA-2018 по странам: Украина, Беларусь, Россия, ОЭСР, Германия, Финляндия, Польша, Эстония.

Таким образом, проведенный анализ результатов выполнения учащимися Республики Беларусь заданий по математической грамотности в исследовании PISA-2018 позволяет сделать следующие выводы. Наибольшую трудность у учащихся вызывали задания, требующие формулирования математической задачи на основе анализа текста, представленного в разных контекстах и формах (таблиц, графиков, диаграмм и др.), применения в новых ситуациях математических формул, процедур и обоснования многоступенчатого решения. Важнейшими условиями повышения качества математической грамотности являются: 1) планомерное обновление содержания школьного курса математики на основе принципов фундаментальности, научности и проблемности с одновременным усилением практико-ориентированного и прикладного характера обучения; 2) более широкое использование в учебном процессе контекстных задач разного уровня сложности, для решения которых преимущественно требуется не применение известных стандартных формул, теорем, алгоритмов, а эвристическая, исследовательская, проектная деятельность, включающая следующие умения и навыки учащихся: проведение анализа данных или текста разного формата, постановку математической задачи, самостоятельное выдвижение и обоснование гипотезы решения или алгоритма действий, применение полученных математических результатов для объяснения других процессов и явлений; 3) дальнейшее совершенствование учебно-методических материалов, включая пособия для учителей и учащихся, содержащих математические задачи, подобные PISA-заданиям, и диагностический инструментарий, направленный на оценку математической грамотности.

II. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОВЫШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ

2.1 Актуальность рекомендаций

Основные задачи международного сравнительного исследования в области качества школьного образования PISA следующие:

- способствовать переориентации национальных школьных систем образования от формирования *обученного* и квалифицированного исполнителя к формированию человека *обучаемого*, способного в постоянно меняющемся информационном обществе самостоятельно учиться и переучиваться, мотивированно и ответственно действовать в новых условиях и решать возникающие проблемы;
- определить виды функциональной грамотности или компетенций, которыми должны обладать современные выпускники школ для эффективной жизнедеятельности и функционирования в обществе;
- выявить факторы, оказывающие влияние на учебные результаты учащихся и качество школьного образования в целом;
- раскрыть отличительные особенности национальных систем школьного образования по подготовке молодых граждан к самостоятельной жизни и труду в современных условиях;
- создать универсальный инструментарий измерения учебных достижений учащихся для стран — участниц исследования PISA.

В рамках исследования PISA было разработано новое направление в оценивании качества школьного образования под названием «Решение проблем». Термин «решение проблем» означает способность учащегося использовать когнитивные (познавательные) умения и навыки для решения реальных комплексных проблем, взятых из жизни и окружающего мира. Для решения подобных проблем требуются не только предметные математические знания, умения и навыки, но и межпредметные, метапредметные компетенции. В связи с этим неслучайным является лозунг PISA «Учеба для жизни».

Действительно, актуальность формирования у учащихся математической грамотности (для жизни) в современных социокультурных условиях стремительно возрастает. Это связано с тем, что цифровизация всех сфер жизнедеятельности, быстрое распространение новых технологий на основе искусственного интеллекта и других автоматизированных решений предъявляют повышенные требования к математической подготовке выпускников учреждений общего среднего, профессионально-технического и среднего специального образования. Однако следуя лозунгу «Учеба для жизни», *важным для Беларуси в обновлении содержания школьного*

образования видится целесообразное сочетание принципов фундаментальности, научности, проблемности в обучении, с одной стороны, и усиления практико-ориентированного и прикладного характера обучения — с другой.

Проведенный анализ действующих белорусских учебных программ и учебников по математическим предметам показывает, что в учебниках для 9—11-х классов по алгебре и геометрии количество компетентностных задач заметно снижается по сравнению с учебниками для 5—8-х классов [1—13]. При этом в учебниках для старшеклассников среди небольшого количества контекстных задач преобладают задачи с научным (математическим) контекстом; например, задачи с профессиональным контекстом встречаются крайне редко; содержится небольшое количество межпредметных задач; практически отсутствуют задания с избыточными данными, представленными в виде диаграмм, схем, графиков или таблиц. Но главной негативной особенностью учебников по математическим предметам является снижение от класса к классу степени сложности учебного материала и исследовательского уровня задач, их текстового разнообразного наполнения. Подавляющее большинство задач предполагает прямое применение известных стандартных формул, теорем, алгоритмов. Например, в учебнике по геометрии для 9-го класса в главе «Соотношения в прямоугольном треугольнике» доля задач, ориентирующих учащихся на применение знаний и умений в нестандартных условиях в разных контекстах, составляет лишь 11% [9]. В указанном учебнике практически отсутствуют задачи, в которых учащимся предлагается изменить значение некоторой геометрической величины (например, что влияет на существование треугольника с заданными сторонами, на возможность вписывания окружности в четырехугольник, на изменение положения центра вписанной в треугольник или описанной около треугольника окружности и др.). В учебнике по алгебре для 9-го класса [8] лишь незначительную часть составляют задания, требующие найти закономерности, обобщить или обосновать полученные результаты. При этом в данном учебнике практически отсутствуют задачи на проведение анализа данных или текста, постановку математической задачи, применение полученных математических результатов для объяснения других процессов и явлений, самостоятельное выдвижение и обоснование гипотезы решения или алгоритма действий.

Таким образом, резюмируя вышесказанное, а также результаты выполнения белорусскими учащимися заданий по математической грамотности в PISA-2018, сформулируем следующие методические рекомендации для педагогов и разработчиков учебно-методического обеспечения по формированию математической грамотности учащихся. Подчеркнем, что представленные ниже методические рекомендации для указанных категорий педагогических работников содержательно взаимосвязаны и разработаны на основе принципа взаимного дополнения.

2.2 Рекомендации для педагогов учреждений образования, реализующих образовательные программы общего среднего образования (математическая грамотность)

Цель методических рекомендаций:

способствовать повышению готовности педагогов к более качественному и эффективному формированию у учащихся математической грамотности.

Задачи:

1) способствовать формированию у педагогов понимания дидактического и воспитательного потенциалов школьного курса математики для развития у учащихся математической грамотности, востребованной для жизни в современном обществе;

2) содействовать повышению проблемно-исследовательского уровня учебного процесса в сочетании с усилением его прикладной направленности посредством использования контекстных (компетентностных) задач, проблемного, развивающего, перевернутого обучения, обучения как исследования, стратегий активного и коллективного обучения;

3) способствовать развитию у педагогов умений адаптировать (разрабатывать) и использовать в образовательном процессе контекстные задачи, подобные заданиям PISA, для формирования и диагностики математической грамотности учащихся.

Ожидаемые эффекты:

1) сформированная готовность учащихся и выпускников применять математические компетенции для решения разнообразных социально-личностных, профессиональных, научно-прикладных проблем в современном социуме;

2) обеспечение целенаправленной подготовки обучающихся к участию в будущих циклах Международного сравнительного исследования PISA и достижение участниками более высоких результатов выполнения математических заданий.

1. Переориентация целей, результатов, содержания и методик преподавания школьного курса математики на формирование у учащихся предметных, метапредметных и социально-личностных компетенций с усилением фундаментальности, научности, проблемности в обучении; обеспечение педагогически целесообразного сочетания теоретической и практической (прикладной) составляющих в математической подготовке учащихся.

Формулируя данную рекомендацию, заметим, что в последнее время школьный курс математики становится заметно упрощенным, узкопредметным и ориентированным на воспроизведение готового учебного материала и применение его по стандартным алгоритмам. В связи с этим учителям рекомендуется: 1) определять цели уроков в виде предметных, метапредметных и социально-личностных компетенций учащихся, выявляя межпредметную и метапредметную составляющие изучаемого учебного материала; 2) в учебном процессе в большем объеме использовать задачи эвристической и исследовательской направленности с разнообразным прикладным содержанием; 3) на уроках математики создавать условия для активного включения учащихся в частично-поисковую, самостоятельную исследовательскую, проектную деятельность, состоящую из следующих этапов:

- осуществление анализа информации (текста), определение проблемы и вытекающих из нее задач;
- выдвижение и обоснование гипотез решения задач, составление плана решения (исследования);
- обоснованное применение методов решения или исследования;
- сбор, систематизация и анализ полученных данных;
- выбор способов представления результатов;
- определение путей применения полученных результатов, перенос их на другие процессы;
- осуществление рефлексии, подведение итогов и формулирование выводов.

Указанные этапы учебно-исследовательской (проектной) деятельности должны выступать составляющими многоступенчатого решения учебных задач и задач, подобных PISA-заданиям, разного уровня сложности, в выполнение которых должны регулярно включаться учащиеся.

2. Обеспечение оптимального уровня проблемности в обучении и степени сложности математических задач с учетом индивидуальных особенностей учащихся (с соблюдением меры трудности в изложении учебного материала, с учетом зоны ближайшего развития учеников).

2.1 Для этого следует минимизировать воспроизведение учащимися «готовых» или «завершенных» знаний, умений и навыков и в большей мере использовать *проблемное и развивающее обучение* (методы обучения: создание проблемной ситуации, проблемное изложение, эвристическая беседа, частично-поисковый метод (решение задач с помощью учителя с увеличивающейся долей самостоятельной поисковой и исследовательской работы учащихся), кейс-метод, исследовательский метод, работа в группах).

2.2 Педагогам в ходе развивающего обучения шире использовать так называемые *логические задачи*, придав им актуальное текстовое содержание. Как известно, при решении логических задач применяются метод рассуждений, табличный метод, метод упрощения логических выражений, которые являются универсальными и подходят для решения многих контекстных задач разного уровня сложности.

2.3 Учителям следует на уроках чаще вовлекать учащихся в *эксперимент, исследование*, мотивировать их на выдвижение и обоснование гипотез решений и путей доказательства, объяснение полученных результатов. Рекомендуются в большей мере использовать комплексные задания на симуляцию или моделирование (например, исследование графика квадратичной функции с помощью компьютера) и интерпретацию полученных результатов с переносом их на другие области.

2.4 Рекомендуются вернуть в практику преподавания математики *проведение доказательств теорем*, что является необходимым условием развития логического мышления, аналитических способностей учащихся. Важным требованием к деятельности педагогов также выступает организация объяснения или проблемного изложения нового материала *на основе обратной связи*, которая реализуется как посредством традиционных приемов (устный вопрос, устное упражнение и др.), так и инновационных средств, например, формирующего оценивания. Это будет способствовать более эффективному и прочному освоению знаний и их пониманию, умений их применения в разных ситуациях.

2.5 Учителям следует шире внедрять *перевернутое обучение*, реализация которого способствует усилению проблемно-исследовательского уровня обучения и включению учеников в самостоятельную учебно-поисковую работу по изучению нового материала.

3. Регулярное использование на учебных занятиях (уроках, факультативах, кружках) контекстных задач разного уровня сложности, подобных PISA-заданиям.

3.1 Раскрывая эту рекомендацию, отметим, что *основные трудности* в выполнении белорусскими учащимися заданий по математической грамотности в исследовании PISA-2018 были связаны со следующими факторами:

- неготовность учащихся работать с информацией (текстом), представленной в виде диаграмм, таблиц, схем, отбирать ее и анализировать, формулировать на ее основе математическую задачу;
- избыточность данных в условиях некоторых заданий;
- недостаточный опыт решения задач с разными контекстами (социальные, личностные, профессиональные, научные);

- недостаточная готовность применять знания и умения из различных содержательных областей математики;
- отсутствие (или минимальное количество) заданий, аналогичных формату PISA, предлагаемых на контрольных работах или централизованном тестировании по математике;
- незначительная часть заданий в учебниках, предполагающих исследовательскую или проектную деятельность учащихся.

3.2 Контекстные задания по математической грамотности, используемые в разные годы в исследовании PISA, размещены на сайте РИКЗ [14]. Примеры некоторых PISA-заданий по математической грамотности с методическим анализом представлены в главе 2.2.3 данного раздела.

3.3 Важным требованием к деятельности педагогов выступают *умения использовать контекстные задания*, адаптируя их к целям и задачам обучения, его содержанию. При внедрении PISA-заданий педагогам следует четко представлять место и роль таких задач в учебном процессе. В начале изучения новой темы целесообразным является создание проблемной ситуации посредством контекстной задачи, которая выступает эффективным способом повышения интереса и мотивации учащихся к освоению темы. Затем важно обеспечить первоначальное освоение учащимися фундаментальных знаний, понятий и первичное закрепление их посредством решения типовых математических задач и далее способствовать развитию у школьников математической грамотности через использование контекстных задач разного уровня сложности. Использование PISA-задач на уроке при различных организационных формах (индивидуальная, парная, групповая, фронтальная) на разных этапах обучения (объяснение нового материала, его закрепление, применение, формирование умений и навыков, диагностика и контроль) превращает учебное занятие в проблемный урок исследовательского типа или развивающий урок, на которых создаются условия для более эффективного развития не только предметных, но и межпредметных и метапредметных компетенций, формирования исследовательских умений, навыков решения проблем.

3.4 Для внедрения в учебный процесс PISA-заданий следует учитывать следующие *характеристики подобных задач*. Задания по математической грамотности, используемые в PISA, соответствуют *четырем содержательным областям математики*: изменения и зависимости (алгебра), пространство и форма (геометрия), количество (арифметика), неопределенность и данные (теория вероятностей и статистика). Контекстные задания характеризуются тем, что при их решении требуются *умения извлекать необходимую информацию* при разных формах ее подачи,

анализировать представленную проблему, *формулировать задачи* на языке математики, *применять* математические концепции, факты, процедуры и рассуждения для нахождения решения, *интерпретировать, использовать и оценивать* математические результаты, перенося их на другие области. Контекстные задания являются *комплексными*, состоят из одного, двух или трех (реже — четырех) вопросов (или задач) и соответствуют разным уровням сложности.

3.5 Внедрение в учебный процесс контекстных задач, как показывает опыт учителей, работающих в компетентностных моделях, является эффективным способом повышения мотивации учащихся к изучению математики, познанию и учению в целом. Из отзывов учителей следует, что ученики проявляют большой интерес не только к решению, но и к составлению подобных задач, что свидетельствует о качественном освоении учащимися материала и умений по его применению. Например, интересными и мотивирующими контекстными задачами для учащихся могут быть задачи по *вопросам экологии, устойчивого развития*. Подобные задачи, как правило, сочетают в себе несколько *контекстов (личностный, социальный, научный, профессиональный)*, обладают большим воспитательным и мотивационным потенциалом; полученные результаты учащиеся могут незамедлительно использовать в реальной жизнедеятельности.

4. Организация регулярного повторения в старших классах учебного материала из предыдущего курса математики для 5—9-х классов и включение в него содержательных областей, в соответствии с которыми составляются задания в исследовании PISA: изменения и зависимости (алгебра), пространство и форма (геометрия), количество (арифметика), неопределенность и данные (теория вероятностей и статистика).

Учителям рекомендуется постоянно актуализировать учебный материал, изучаемый на предыдущих этапах школьного курса математики. Например, учебный материал 5—6-х классов (действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения) следует чаще повторять и включать в задачи для старших классов, что будет способствовать более прочному освоению математики, развитию математической грамотности учащихся.

5. Обеспечение в процессе изучения математики формирования у учащихся универсальных мыслительных умений и навыков, которые способствуют развитию аналитических способностей, рефлексивных умений, критического, креативного мышления, востребованных в современном информационном обществе. К таким универсальным мыслительным умениям и навыкам относятся: работа с информацией или текстами (разных форматов); осмысление и их критическое оценивание; определение в

массиве информации переменных, взаимосвязей между факторами, противоречий, проблемных ситуаций, связей их с математическим содержанием и переводом в математическую задачу; выдвижение и обоснование гипотез по решению задач, выбор более оптимальных способов решения; осуществление проверки полученных результатов и обоснование путей их применения в разнообразных ситуациях.

Важнейшими условиями развития в учебном процессе вышепредставленных универсальных умений и навыков выступают следующие методические указания: включать в содержание уроков математики прикладной материал, регулярно применять проблемно-исследовательские, активные и коллективные методики и вовлекать учащихся в решение учебных задач и PISA-задач разного уровня сложности.

Раскрывая эту рекомендацию, подчеркнем, что в исследовании PISA-2022 процессы формирования и оценивания математической грамотности рассматриваются во взаимосвязи с развитием универсальных навыков XXI века, на которые опирается математическая грамотность и способствует их развитию: критическое мышление; креативное мышление; навыки исследования; самостоятельность, инициативность, настойчивость; использование информации; системное мышление; коммуникативные навыки; рефлексивность.

6. Регулярное повышение педагогами собственной квалификации через участие в обучающих семинарах, в том числе с участием зарубежных экспертов, самообразование по проблемам реализации компетентностных моделей обучения; создание в образовательном процессе условий, способствующих более успешному развитию у учащихся компетенций, востребованных в современном обществе; применение в учебном процессе PISA-заданий для формирования у обучающихся математической грамотности.

2.3 Рекомендации для разработчиков учебно-методического обеспечения (математическая грамотность)

Цель методических рекомендаций:

способствовать разработке (обновлению) и внедрению учебно-методического обеспечения образовательного процесса с усилением фундаментальности, научности, проблемности обучения и его направленности на более качественное и эффективное формирование у учащихся математической грамотности.

Задачи:

1) способствовать формированию у разработчиков учебно-методического обеспечения понимания дидактического и воспитательного потенциалов школьного курса математики для развития у учащихся математической грамотности, востребованной для жизни в современном обществе;

2) содействовать повышению готовности к составлению и применению в процессе обучения математике комплексных контекстных заданий разного уровня сложности как средств развития и диагностики формируемой математической грамотности учащихся.

Ожидаемые эффекты:

1) более высокий уровень качества учебно-методического обеспечения процесса обучения математике с учетом требований принципа проблемности и исследовательской направленности обучения, компетентностного подхода, а также результатов PISA-2018;

2) обеспечение формирования у учащихся в образовательном процессе математической грамотности более высокого уровня.

1. Обновление целевых ориентиров и содержания обучения в образовательных стандартах и учебных программах по математическим предметам, предполагающее более выраженную практико-ориентированную и прикладную направленность школьного курса математики с одновременным усилением принципов научности и проблемности в его содержании и преподавании.

1.1 Рекомендуется при разработке содержания школьного курса математики и учебно-методической документации ориентироваться на достижение целей обучения (уроков), сформулированных в виде предметных, метапредметных и социально-личностных компетенций; преимущественное применение проблемно-исследовательских методик обучения и использование типовых учебных и контекстных задач

исследовательского типа, решение которых предполагает эвристическую и творческую деятельность учащихся.

Как известно, при решении контекстных задач PISA следует дать ответ преимущественно в виде определенного умозаключения (не числа или цифры). Однако таких задач практически нет в учебниках по алгебре и геометрии для старших классов. Например, в теме «Функция» содержится недостаточно задач, описывающих и интерпретирующих графики различных процессов (в природе, обществе, профессиональной деятельности). Темы «Предел последовательности» и «Решение уравнений в целых числах», «Алгоритм Евклида для решения линейных диофантовых уравнений» и другие рассматриваются лишь на факультативах при подготовке к олимпиадам, однако могут быть полезны с точки зрения составления практических задач, требующих перебора возможных способов решения, оптимизации решения. Рекомендуется разработчикам учебно-методического обеспечения в большей мере использовать развивающий и прикладной потенциал названных тем школьного курса математики.

1.2 Рекомендуется в школьные образовательные стандарты по математическим предметам внести проектную деятельность обучающихся как одну из форм организации образовательного процесса.

2. Усиление межпредметных связей между школьным курсом математики и другими учебными предметами естественнонаучной и социально-гуманитарной направленности, метапредметного характера математического содержания. Освоение межпредметного и метапредметного содержания учебного материала по математике способствует формированию универсальных навыков, переносимых на другие предметные области.

Рекомендуется разработчикам учебно-методических (дидактических) материалов создавать *фонды межпредметных и контекстных задач метапредметной направленности* с возможностью их широкого использования учителями, разрабатывать учебно-методическое обеспечение для организации *межпредметных уроков и факультативных занятий* для учащихся. Также рекомендуется обновить организационно-методическое сопровождение различных предметных *конкурсов* работ исследовательского характера учащихся, включив отдельную *межпредметную номинацию*, что позволит стимулировать развитие и адекватно оценивать межпредметные и метапредметные компетенции учащихся и педагогов, важные для развития математической грамотности.

3. Разработка для учителей, студентов педагогических специальностей и учащихся практикумов на компетентностной основе, содержащих межпредметные, контекстные задачи, задания, используемые в исследовании PISA, и аналогичные им по содержанию и структуре, проектные задания широкой прикладной направленности, внедрение которых будет

способствовать формированию математической грамотности учащихся и универсальных навыков применения математики в жизни.

Рекомендуется включать подобные задачи в текущие контрольные работы, министерские контрольные работы, материалы выпускных экзаменов за базовую и среднюю школы, а также вступительных экзаменов в учреждения профессионально-технического, среднего специального и высшего образования.

4. Методические указания по составлению и применению контекстных задач, подобных PISA-заданиям, способствующих формированию и оценке математической грамотности.

Контекстные задания по математической грамотности, используемые в исследовании PISA и находящиеся в открытом доступе, размещены на сайте РИКЗ [14]. Примеры некоторых PISA-заданий и их методический анализ представлены в главе 2.3.

4.1 Задания в исследовании PISA являются контекстными (практико-ориентированными, прикладными по содержанию) и не основаны лишь на учебных предметных задачах. Они базируются на широком актуальном содержании и связаны с *четырьмя контекстами (личностным, социальным, профессиональным, научным)*, посредством которых описываются проблемные ситуации из реальной жизни и окружающей действительности. PISA-задания имеют краткие, мотивирующие названия (как правило, нематематические), которые более конкретно раскрывают контексты и задают проблематику направлений разработки контекстных заданий. Например, «Ферма», «Мусор», «Платежи по площади», «Сердцебиение», «Скорость падения капель», «Снижение уровня CO₂», «Плотник», «Пицца», «Парусные корабли» и др.

Контекстные задания в PISA являются *комплексными*, включают несколько вопросов (подзаданий или задач).

4.2 Для решения подобных контекстных заданий требуются не только предметные знания, умения и навыки, но и *межпредметные и метапредметные умения*, которые отличаются универсальным и обобщенным характером и возможностью переноса на разнообразные нематематические процессы и явления. При решении контекстных задач учащимся требуется осуществлять *полный цикл работы по решению проблемы*: от анализа информации и постановки математической задачи до обоснования способов решения и нахождения корректного решения, анализа полученных результатов (а не только выполнение части этого процесса, например, решить уравнение или упростить алгебраическое выражение).

4.3 Мыслительная деятельность по выполнению заданий включает следующие умственные действия: *формулировать* ситуацию математически,

применять математические концепции, факты, процедуры и рассуждения; *интерпретировать*, использовать и оценивать математические результаты. При этом указанные процессы «пронизывает» такое универсальное умственное действие, как *рассуждение*, сущность которого заключается в способности приводить аргументы, осуществлять доказательство, давать оценку.

4.4 Для решения контекстных заданий требуются знания, умения и навыки из разных разделов школьного курса математики, соответствующих *четырем содержательным математическим областям*, используемым в исследовании PISA: *изменения и зависимости (алгебра), пространство и форма (геометрия), количество (арифметика), неопределенность и данные (теория вероятностей и статистика)*.

4.5 Структура контекстного задания следующая: 1) введение в проблему в виде вводной, мотивирующей информации, которая описывает проблему (ситуацию). Эта информация представляется в *различных формах: текст, графики, диаграммы, схемы, рисунки* и т. д.; 2) вопросы как подзадания (два-три вопроса); 3) *разные типы ответов*: с выбором одного или нескольких верных ответов из предложенных альтернатив; со свободным кратким ответом в форме конкретного числа, одного-двух слов; со свободным полным ответом, содержащим запись решения поставленной проблемы (задачи), построение заданного геометрического объекта, объяснение полученного ответа.

4.6 Контекстные задания могут быть представлены *в компьютерном варианте и на бумажном носителе*. При выполнении заданий используются возможности программного обеспечения, позволяющие проводить построение заданных математических объектов, переносить на плоскость заданные объекты, выполнять вычисления с заданными числами, осуществлять моделирование и др.

4.7 При составлении *контекстных задач* рекомендуется использовать *логические задачи* из теории и практики развивающего обучения, условиями которых выступают высказывания и связи между ними. При решении логических задач преимущественно используются метод рассуждений, табличный метод, метод упрощения логических выражений, которые широко применяются при решении разнообразных контекстных задач. Также в контекстные задания рекомендуется включать *симуляцию*, предполагающую осуществление *моделирования* исследуемых процессов (анализ графиков функций, объяснение процессов, вывод формул и др.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный многокомпонентный анализ официальных результатов исследования PISA-2018 в Республике Беларусь дает возможность сделать следующие выводы.

Образовательные достижения белорусских учащихся по математической грамотности

- Значительное количество (70,6%) белорусских учащихся показали результат по математической грамотности, превышающий пороговый уровень. При этом наиболее многочисленная группа участников тестирования (около 48%) продемонстрировала навыки, соответствующие второму и третьему уровням. Анализ результатов тестирования выявил заметное снижение у белорусских учащихся показателей сформированности математической грамотности к четвертому уровню, который характеризуется переходом от рассуждений, формулирования, применения и интерпретации на базовом (или алгоритмическом) уровне к исследовательскому уровню выполнения заданий.

- Лучше всего белорусские учащиеся справились с решением заданий на интерпретацию, использование и оценивание математических результатов (средний процент выполнения этих заданий — 49,3%); также близкий к этому результат белорусские учащиеся продемонстрировали при выполнении заданий на применение математических концепций, фактов, процедур (44,3%). Наибольшую трудность вызвали задания, требующие формулирования математической задачи на основе анализа текста, представленного в разных контекстах и формах (таблиц, графиков, диаграмм и др.). Невысокие результаты выполнения белорусскими учащимися заданий на формулирование ситуации математически (27,8%) подтверждают, что учащиеся не в полной мере могут работать с текстами и критически их оценивать; добывать и анализировать информацию из разных источников, представленную в разных форматах, видеть в массиве информации переменные, взаимосвязи между факторами, противоречия, проблемные ситуации, а также связывать их с математическим содержанием и переводить в математическую задачу. Учащимся не хватает опыта работы с текстами полипроблемного характера, постановки проблем и формулирования задач на языке математики. Сложность для белорусских учащихся представили задания с открытыми развернутыми ответами. Выполнение таких заданий предполагает не только записать правильный ответ, но и привести письменное решение; при этом учащиеся должны были составить и обосновать собственную формулу; объяснить многоступенчатое решение

задачи, представив его алгоритм; записать решение геометрической задачи, пользуясь пояснительным рисунком; извлечь информацию из предложенных таблиц, графиков, диаграмм и сделать выводы.

- В исследовании PISA-2018 формирование тестовых заданий по математической грамотности осуществлялось по четырем содержательным областям: изменения и зависимости; пространство и форма; количество; неопределенность и данные. Лучше всего белорусские учащиеся продемонстрировали умения решать задачи из содержательной области «Количество» (51,3% — средний процент выполнения заданий); хуже всего белорусские участники справились с решением заданий на пространство и форму, то есть из предметной области геометрии (30,5%).

Рекомендации по повышению математической грамотности учащихся

- Обновление содержания математического образования в учреждениях образования Республики Беларусь с учетом результатов PISA-2018 предполагает гармоничное сочетание ряда принципов: с одной стороны, фундаментальности, научности и проблемности в обучении, с другой — усиления практико-ориентированного и прикладного характера обучения.

- Основными направлениями совершенствования образовательной практики *на уровне разработки учебно-методического обеспечения* являются следующие.

- Обновление целевых ориентиров и содержания обучения в образовательных стандартах и учебных программах по математическим предметам, предполагающее более выраженную практико-ориентированную и прикладную направленность учебного курса математики с одновременным усилением принципов научности и проблемности в его содержании и преподавании.

- Усиление межпредметных связей между учебным курсом математики и другими учебными предметами естественнонаучной и социально-гуманитарной направленности, метапредметного характера математического содержания.

- Разработка практикумов на компетентностной основе для учителей, студентов педагогических специальностей и учащихся, содержащих межпредметные, контекстные задачи, задания, используемые в исследовании PISA, и аналогичные им по содержанию и структуре, проектные задания широкой прикладной направленности.

– Разработка методических указаний по составлению и применению контекстных задач (широко используемых в тестовых заданиях PISA), а также формированию и оценке математической грамотности учащихся, что может найти применение в разработке дидактических и диагностических материалов.

• Рекомендации для *педагогов*, преподающих математику в учреждениях общего среднего образования, содержат следующие требования.

– Нацеленность на формирование предметных, метапредметных и социально-личностных компетенций учащихся с усилением фундаментальности, научности, проблемности в обучении; обеспечение педагогически целесообразного сочетания теоретической и практической (прикладной) составляющих в математической подготовке учащихся.

– Обеспечение оптимального уровня проблемности в обучении и степени сложности математических задач с учетом индивидуальных особенностей учащихся (с соблюдением меры трудности в изложении учебного материала, с учетом зоны ближайшего развития учащихся).

– Регулярное использование на учебных занятиях контекстных задач разного уровня сложности, широко используемых в тестовых заданиях PISA.

– Организация регулярного повторения учебного материала по математике, пройденного в предыдущих классах, и включение в него содержательных областей, в соответствии с которыми составляются задания в исследовании PISA: изменения и зависимости (алгебра), пространство и форма (геометрия), количество (арифметика), неопределенность и данные (теория вероятностей и статистика).

– Формирование у учащихся в процессе изучения математики универсальных мыслительных умений и навыков, способствующих развитию аналитических способностей, рефлексивных умений, критического, креативного мышления, востребованных в современном информационном обществе.

– Регулярное повышение педагогами собственной квалификации через участие в обучающих семинарах, в том числе с участием зарубежных экспертов, самообразование по проблемам реализации компетентностных моделей обучения, применения в учебном процессе типов заданий, используемых при тестировании PISA, для формирования и оценки у обучающихся математической грамотности.

ГЛОССАРИЙ

Изменения и зависимости (change and relationships) — область математического содержания, которая находит отражение в заданиях, связанных с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т. е. с алгебраическим материалом.

Интерпретация и оценка математических результатов (interpreting, applying and evaluating mathematical outcomes) — вид мыслительного процесса, демонстрирующий, насколько эффективно учащиеся могут размышлять над математическими решениями или выводами, интерпретировать их в контексте реальной проблемы и определять, являются ли полученные результаты и выводы разумными (обоснованными).

Количество (quantity) — область математического содержания, находящая отражение в заданиях, связанных с числами и отношениями между ними; в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики.

Контекст математических заданий (mathematical items contexts) — условие выполнения математических операций, отражающее различные сферы жизни человека, в которых возникают проблемы, разрешаемые средствами математики. Математические задания разделяются по четырем категориям контекста: личный, профессиональный, социальный, научный.

Личный контекст математических заданий (personal context for mathematical literacy) — проблемные ситуации, связанные с деятельностью конкретного человека, его семьи, группы сверстников. Примерами личного контекста являются здоровье, отдых, спорт, путешествия, персональное планирование и личные финансы, приготовление пищи, покупки, игры и др.

Математическая грамотность (mathematical literacy) — это способность человека рассуждать математически, формулировать, применять и интерпретировать предметное математическое содержание для решения задач в различных контекстах реального мира. Математическая грамотность включает в себя понятия, процедуры, факты и инструменты для описания, объяснения и прогнозирования явлений. Она помогает понять роль, которую математика играет в мире, выносить суждения и принимать обоснованные решения, необходимые человеку.

Математические процессы (mathematical processes) — процессы, которые описывают, что необходимо сделать человеку, чтобы связать контекст проблемной жизненной ситуации с предметным математическим содержанием и таким образом решить проблему. Математические процессы включают формулирование ситуации на языке математики; применение математических понятий, фактов, процедур; интерпретацию, использование и оценку математических результатов.

Математическое рассуждение (mathematical reasoning) — вид мыслительного процесса, лежащий в основе любых математических процессов. В основе математического рассуждения лежит способность учащихся размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, различными способами представления жизненных ситуаций на языке математики, применяемым математическим аппаратом.

Математическое содержание (mathematical content) — диапазон предметной области «Математика», составляющий содержание тестовых заданий. Математическое содержание включает четыре основные области: изменения и отношения; пространство и форма; количество; неопределенность и данные.

Математическое формулирование ситуаций (formulating situations mathematically) — вид мыслительного процесса, показывающий, насколько эффективно учащиеся способны распознавать и определять возможности использования математики в жизненных проблемных ситуациях, а затем обеспечивать математическую структуру, необходимую для формулирования выявленной из контекста проблемы в математической форме.

Научный контекст математических заданий (scientific context for mathematical literacy) — проблемные ситуации, связанные с применением математики в окружающем мире, а также с решением вопросов из области науки и технологий. Примерами научного контекста являются космос, генетика, климат, экология, медицина, измерения и непосредственно область математики и др.

Неопределенность и данные (uncertainty and data) — область математического содержания, находящая отражение в заданиях, охватывающих вероятностные и статистические явления и зависимости, которые представлены предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Применение математических концепций, фактов, процедур и рассуждений (employing mathematical concepts, facts and procedures) — вид мыслительного процесса, отражающий, насколько хорошо учащиеся могут выполнять вычисления и применять известные им концепции и факты, чтобы прийти к математическому решению задачи, сформулированной математически.

Пространство и форма (space and shape) — область математического содержания, которая отражается в заданиях, связанных с пространственными и плоскими геометрическими формами и отношениями, т. е. с геометрическим материалом.

Профессиональный контекст математических заданий (occupational context for mathematical literacy) — проблемные ситуации, связанные с рабочей сферой деятельности. Примерами профессионального контекста являются начисление заработной платы, контроль качества, дизайн/архитектура, расчет сметы при строительстве, инвентаризация и др.

Социальный контекст математических заданий (societal context for mathematical literacy) — проблемные ситуации, связанные с развитием общества/сообщества (местного, национального или глобального). Примерами социального контекста являются общественный транспорт, системы голосования, демография, реклама, развлечения, государственная статистика и экономика и др.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. PISA-2021 Mathematics Framework (Draft) / OECD 2019 [Электронный ресурс]. Режим доступа : <https://www.oecd.org/pisa/sitedocument/PISA-2021-mathematics-framework.pdf/> — Дата доступа : 10.11.2020.
2. PISA-2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do / OECD 2019. [Электронный ресурс]. Режим доступа : <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>. — Дата доступа : 15.12.2020.
3. Герасимов, В. Д. Математика : учеб. пособие для 6-го класса учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. Д. Герасимов, О. Н. Пирютко. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 2018. — 320 с.
4. Арефьева, И. Г. Алгебра : учеб. пособие для 8 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. — Минск : Народная асвета, 2018. — 272 с.
5. Казаков, В. В. Геометрия : учеб. пособие для 8 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / В. В. Казаков. — Минск : Народная асвета, 2018. — 200 с.
6. Арефьева, И. Г. Алгебра : учеб. пособие для 7 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. — Минск : Народная асвета, 2017. — 312 с.
7. Казаков, В. В. Геометрия : учеб. пособие для 7 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / В. В. Казаков. — Минск : Народная асвета, 2017. — 176 с.
8. Арефьева, И. Г. Алгебра : учеб. пособие для 9 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. — Минск : Народная асвета, 2019. — 328 с.
9. Казаков, В. В. Геометрия : учеб. пособие для 9-го класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / В. В. Казаков. — Минск : Народная асвета, 2019. — 191 с.
10. Арефьева, И. Г. Алгебра : учеб. пособие для 10 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / И. Г. Арефьева, О. Н. Пирютко. — Минск : Народная асвета, 2019. — 288 с.
11. Латотин, Л. А. Геометрия : учеб. пособие для 10 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения (базовый и повышенный уровни) / Л. А. Латотин, Б. Д. Чеботаревский, И. В. Горбунова. — Минск : Адукацыя і выхаванне, 2020. — 200 с.
12. Кузнецова, Е. П. Алгебра : учеб. пособие для 11 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения /

Е. П. Кузнецова, Г. Л. Муравьева, Л. Б. Шнеперман, Б. Ю. Ящин ; под общ. ред. Л. Б. Шнепермана. — Минск : Народная асвета, 2013. — 288 с.

13. Шлыков, В. В. Геометрия : учеб. пособие для 11 класса учреждений общ. сред. образования с рус. языком обучения / В. В. Шлыков. — Минск : Народная асвета, 2013. — 160 с.

14. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на III ступени общ. сред. образования / сост. В. В. Беняш-Кривец [и др.] ; под ред. В. В. Беняш-Кривца. — Минск : НИО : Аверсэв, 2018. — 155 с.

15. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету «Математика» за период обучения и воспитания на II ступени общ. сред. образования / сост. В. В. Беняш-Кривец [и др.] ; под ред. В. В. Беняш-Кривца. — Минск : НИО : Аверсэв, 2020. — 96 с.

16. Централизованное тестирование. Математика : сборник тестов / Респ. ин-т контроля знаний Министерства образования Республики Беларусь. — Минск : Новое знание, 2020. — 48 с.

17. PISA: математическая грамотность. — Минск : РИКЗ, 2020. — 252 с.