



Республиканская физическая олимпиада 2023 года (Заключительный этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 11 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

Задание 1. Мыльное трение. Решение.

Часть 1. Теоретическое введение.

1.1 При движении куска мыла по наклонной плоскости с постоянной скоростью выполняется уравнение, следующее из 2 закона Ньютона:

$$(m + m_0)g \sin \alpha - k v^\gamma m_0 g \cos \alpha = 0. \quad (1)$$

Из этого уравнения следует, что

$$v = \left(\frac{1}{k} \frac{m + m_0}{m_0} \frac{h}{L} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = C \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} h^{\frac{1}{\gamma}}. \quad (2)$$

1.2 Из полученного выражения следует, что

$$\beta = \frac{1}{\gamma}. \quad (3)$$

1.3 Из формулы (2) находим, что

$$f\left(\frac{m}{m_0}\right) = \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (4)$$

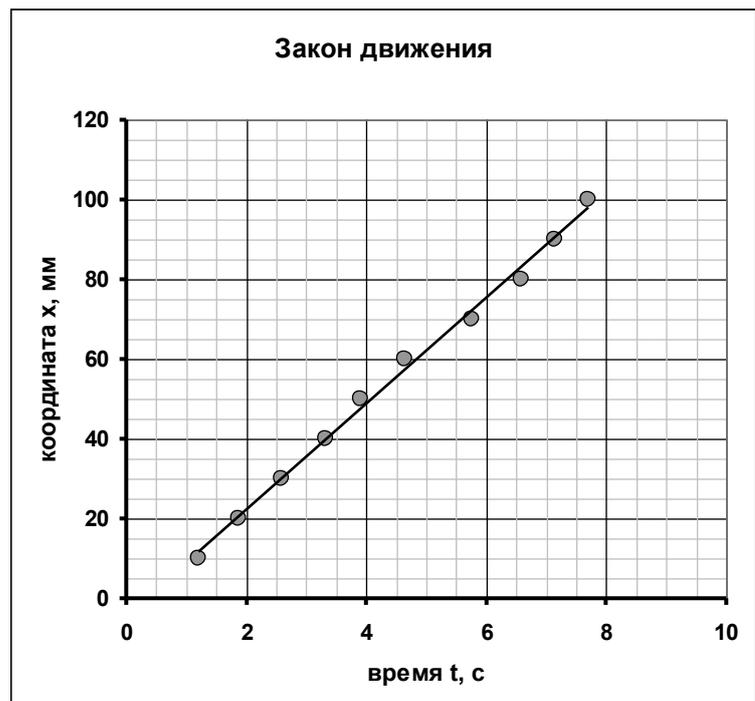
Часть 2. Закон движения.

2.1 Предварительные измерения показывают, что движению становится равномерным практически сразу после начала движения, после 2-3 см пройденного пути.

2.2 С помощью секундомера проще засекать времена прохождения мыла через фиксированные отметки координат. Результаты измерений приведены в Таблице 1 и на графике.

Таблица 1.

$x, \text{ мм}$	$t, \text{ с}$
10	1,21
20	1,88
30	2,58
40	3,33
50	3,90
60	4,65
70	5,76
80	6,58
90	7,14
100	7,71



Полученная зависимость линейна, что подтверждает равномерность движения.

2.3 Максимальная точность достигается при использовании метода наименьших квадратов (МНК). Расчет по данным, приведенным в Таблице 1, дает результат

$$v = (13,3 \pm 0,6) \frac{\text{мм}}{\text{с}}. \quad (5)$$

2.4 Расчет «примитивным» способом дает значение

$$v = \frac{S}{t} = \frac{100 \text{ мм}}{7,71 \text{ с}} = 13,0 \frac{\text{мм}}{\text{с}}. \quad (6)$$

Что попадает в доверительный интервал, рассчитанный по МНК.

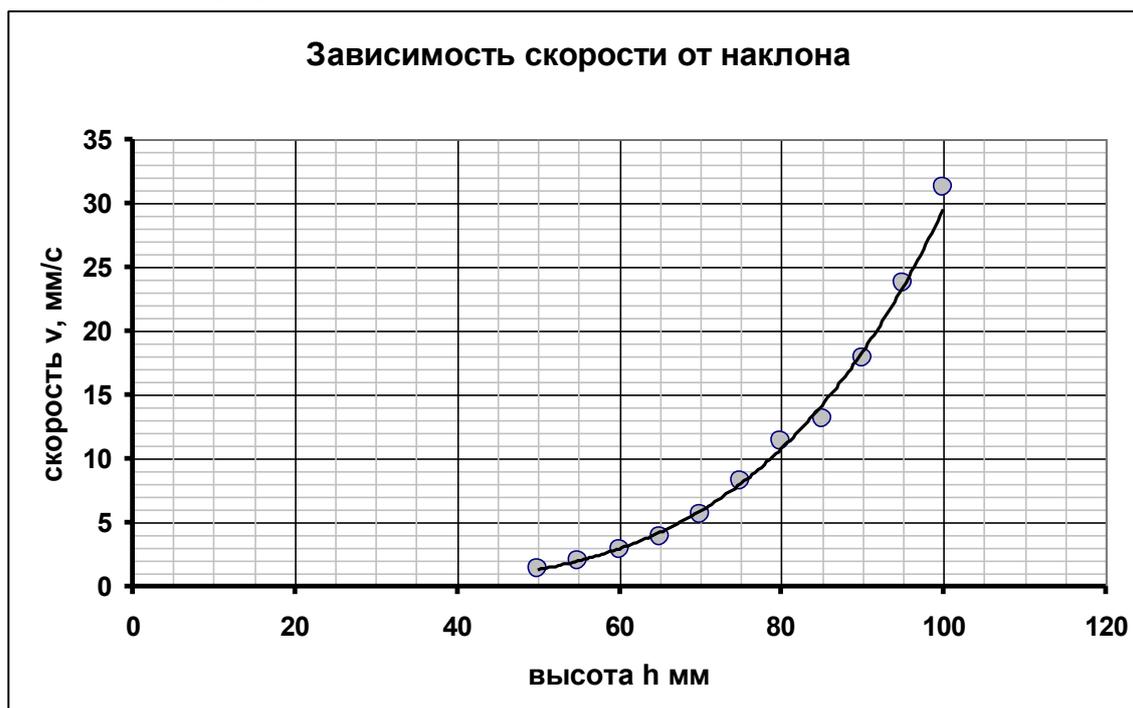
Часть 3. Зависимость установившейся скорости от наклона плоскости.

3.1 В Таблице 2 приведены результаты измерения времени движения мыла t на участке равномерного движения $s = 50 \text{ мм}$. В таблице приведены результаты расчета скорости движения, а также расчеты, для построения линеаризованного графика в двойном логарифмическом масштабе.

Таблица 2.

$h, \text{ мм}$	$t, \text{ с}$	$v, \text{ мм/с}$		$\ln h$	$\ln v$
50	36,5	1,370		3,912	0,315
55	25,5	1,961		4,007	0,673
60	17,4	2,874		4,094	1,056
65	12,7	3,937		4,174	1,370
70	8,8	5,682		4,248	1,737
75	6,1	8,197		4,317	2,104
80	4,4	11,364		4,382	2,430
85	3,8	13,158		4,443	2,577
90	2,8	17,857		4,500	2,882
95	2,1	23,810		4,554	3,170
100	1,6	31,250		4,605	3,442

Ниже показан график полученной зависимости.



3.2 Из формулы (2) следует, что зависимость скорости от высоты подъема наклонной плоскости в двойном логарифмическом масштабе линейна

$$\ln v = \beta \ln h + b. \quad (7)$$

График этой зависимости показан на рисунке.



Линейность данного графика подтверждает справедливость формулы (3).

Как следует из формулы (7) коэффициент наклона этой зависимости равен показателю степени β . Расчет по МНК дает значение

$$\beta = 4,53 \pm 0,14. \quad (8)$$

3.3 Значение показателя степени γ :

$$\gamma = \frac{1}{\beta} = 0,22 \quad (9)$$

$$\Delta\gamma = \gamma \frac{\Delta\beta}{\beta} = 0,01$$

Часть 4. Зависимость скорости от массы цилиндров.

4.1 Эксперимент проводился для куска мыла массой $m_0 = 75\text{г}$ для разных масс «двигателя». Высота края $h=80\text{ мм}$. Путь мыла в каждом опыте $S = 100\text{ мм}$.

Результаты измерений скорости установившегося движения мыла от массы цилиндров приведены в таблице 3. В этой же таблице приведены результаты расчётов, для построения линеаризованного графика.

Таблица 3.

$m, \text{г}$	$t, \text{с}$	$v, \text{мм/с}$		$\ln(1+m/m_0)$	$\ln v$
100	5,87	17,04		0,846	2,835
110	4,77	20,96		0,904	3,043
120	4,36	22,94		0,956	3,133
130	3,98	25,13		1,004	3,224
140	3,60	27,78		1,054	3,324
150	3,18	31,45		1,099	3,448
160	2,61	38,31		1,141	3,646
170	2,58	38,76		1,185	3,657
180	2,06	48,54		1,224	3,882
190	1,79	55,87		1,261	4,023

4.2 Из уравнения (2) при постоянном значении h следует.

$$\ln v = \frac{1}{\gamma} \ln \left(1 + \frac{m}{m_0} \right) + b_2. \quad (10)$$

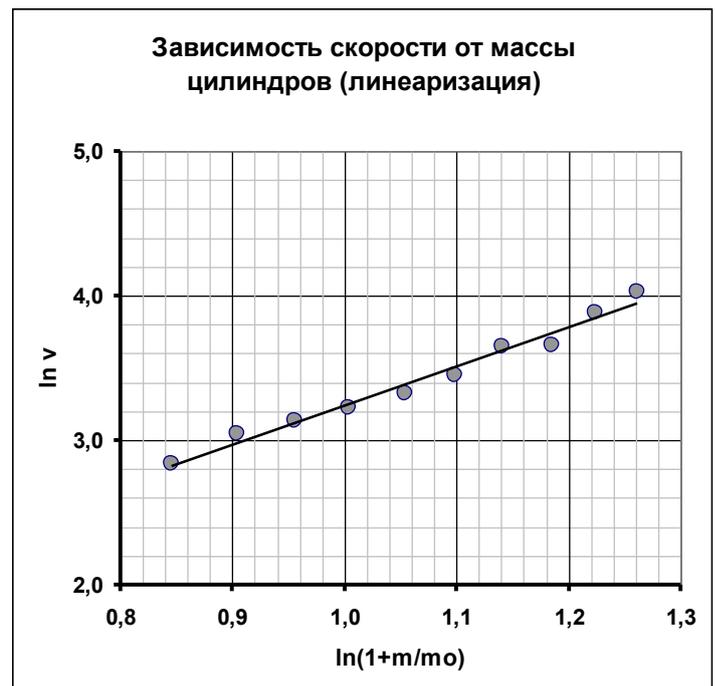
Поэтому зависимость $\ln v$ от параметра $\ln \left(1 + \frac{m}{m_0} \right)$ должна быть

линейной. На рисунке показан график этой линеаризованной зависимости, который действительно близок к линейному. По наклону графика можно определить показатель степени в формуле для коэффициента трения:

$$\gamma \approx 0,37. \quad (11)$$

Это значение заметно отличается от значения, полученного ранее.

4.3 Основной причиной этого различия, по-видимому, является пренебрежение силой трения между цилиндрами. Можно сказать, что это трение «эффективно» уменьшает массу цилиндров, толкающих мыло.



Задание 2. Давление насыщенных паров воды. Решение.

Часть 1. Измерение внутреннего объема.

1.1 Все измерения проведены при атмосферном давлении

$$P_0 = 735 \text{ мм рт.ст.} \quad (1)$$

1.2 Используя закон Бойля – Мариотта, запишем для газа в приборе

$$P_0(V_0 + \Delta V_{\max}) = (P_0 + \Delta P)(V_0 + \Delta V). \quad (2)$$

Проведем преобразование уравнения (2), полагая изменение объема малым:

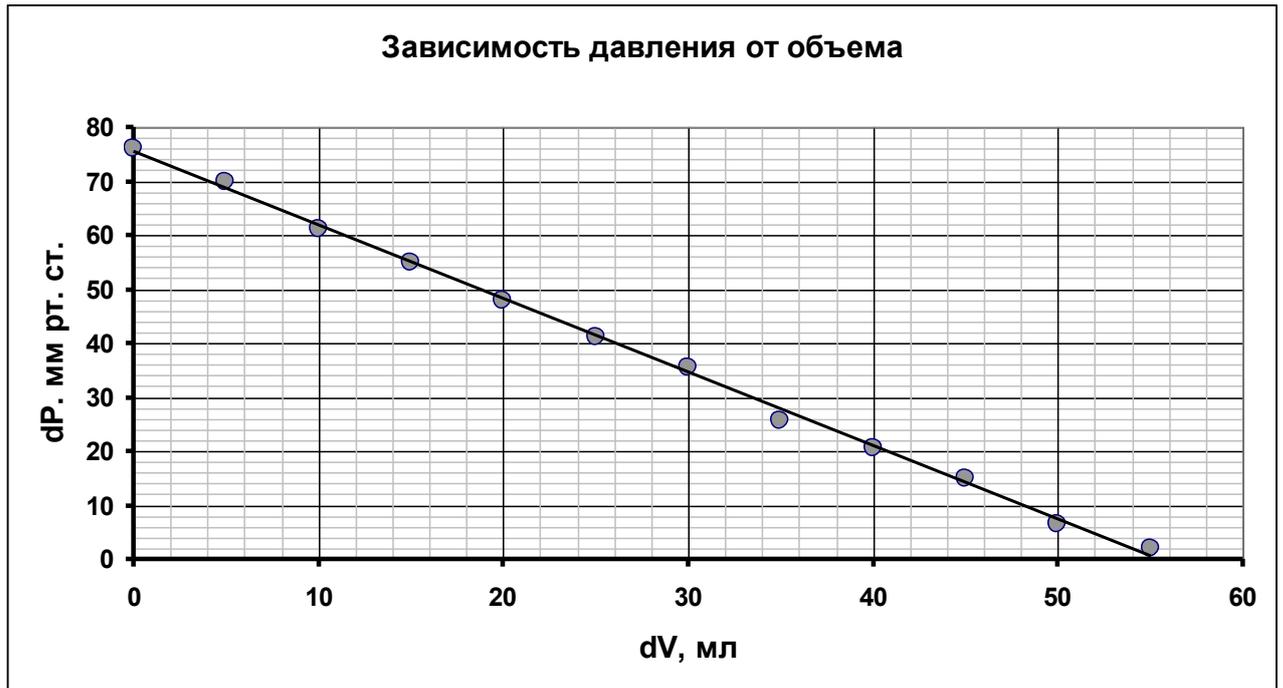
$$P_0 + \Delta P = P_0 \frac{V_0 + \Delta V_{\max}}{V_0 + \Delta V} = P_0 \frac{1 + \frac{\Delta V_{\max}}{V_0}}{1 + \frac{\Delta V}{V_0}} \approx P_0 \left(1 + \frac{\Delta V_{\max}}{V_0} - \frac{\Delta V}{V_0} \right) \Rightarrow \quad (3)$$

$$\Delta P = \frac{P_0}{V_0} (\Delta V_{\max} - \Delta V)$$

1.3 В начале измерений поршень находился на отметке ΔV_{\max} . После присоединения шприца к колбе изменялся объем воздуха ΔV , при этом измерялась разность давлений ΔP . Измерения проведены при уменьшении объема и в обратном порядке при его увеличении. В качестве окончательного результата использовано среднее значение. Результаты измерений данной зависимости приведены в таблице 1 и на графике.

Таблица 1.

ΔV	$(\Delta P)_{\text{сжатие}}$	$(\Delta P)_{\text{расширение}}$	$(\Delta P)_{\text{среднее}}$
60	0	0	0,0
55	2	2	2,0
50	5	8	6,5
45	16	14	15,0
40	21	20	20,5
35	25	26	25,5
30	37	34	35,5
25	42	40	41,0
20	48	48	48,0
15	56	54	55,0
10	62	60	61,0
5	72	68	70,0
0	76	76	76,0



Полученная зависимость с высокой точностью линейна, поэтому использование приближения (3) оказывается оправданным.

1.4 Из формулы (3) следует, что коэффициент наклона данной зависимости равен $a = -\frac{P_0}{V_0}$.

Экспериментальное значение этого коэффициента (рассчитанного по МНК) равно $a = -1,37 \frac{\text{мм}}{\text{мл}}$, следовательно, внутренний объем прибора равен

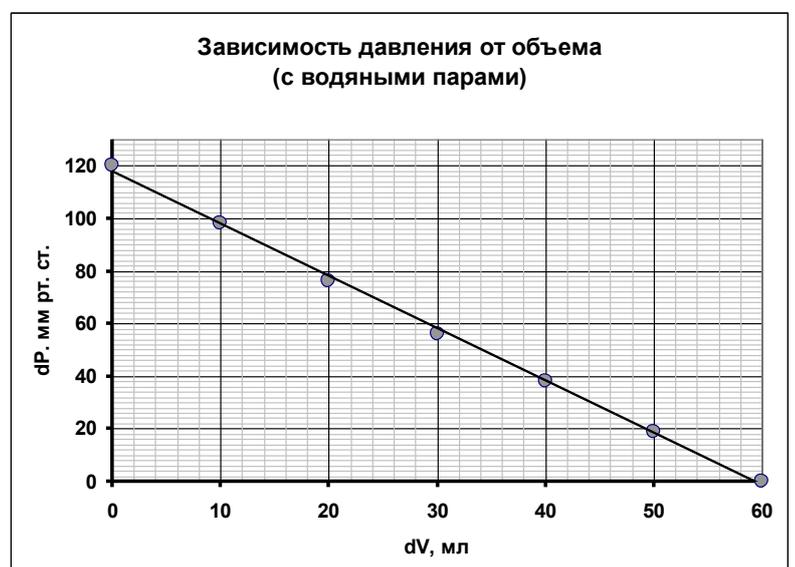
$$V_0 = -\frac{P_0}{a} = 540 \text{ мл}. \quad (4)$$

Часть 2. Изотермический процесс влажного воздуха.

2.1 Измерения проведены при температуре $t = 51^\circ\text{C}$.

2.2 Измерения проводились в том же порядке, что и в п.1.2. Результаты измерений приведены в таблице 2 и на графике.

ΔV	ΔP
60	0
50	19
40	38
30	56
20	76
10	98
0	120



2.3 Полученная зависимость также оказалась близка к линейной. Потому можно воспользоваться выводом, проведенным в п.1.2. Только необходимо учесть, что:

- объем занимаемый воздухом уменьшился на объем налитой воды $V'_0 = V_0 - V = 340 \text{ мл}$;
- полученное уравнение описывает изменения давления сухого воздуха, которое в данном случае оказывается меньше атмосферного на величину давления водяного пара P_s , поэтому в итоговом уравнении надо давление атмосферное заменить на $(P_0 - P_s)$. В итоге теоретическая зависимость задается формулой

$$\Delta P = \frac{P_0 - P_s}{V'_0} (\Delta V_{\text{max}} - \Delta V). \quad (5)$$

В данном случае коэффициент наклона экспериментальной зависимости оказался равным $a = -1,98 \frac{\text{мм}}{\text{мл}}$, поэтому

$$a = -\frac{P_0 - P_s}{V'_0} \Rightarrow P_0 - P_s = -aV'_0 \approx 680 \text{ мм рт. ст.} \quad (6)$$

Окончательно находим, что

$$P_s \approx 55 \text{ мм рт. ст.} \quad (7)$$

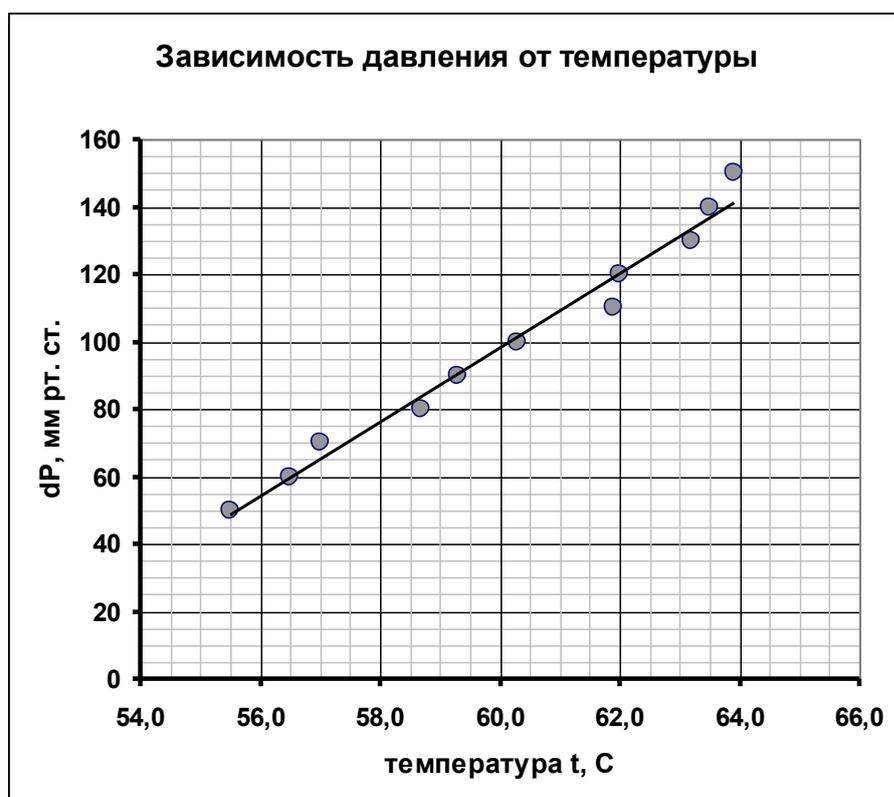
Отметим, что полученное значение отличается от табличного почти в 2 раза, что, возможно, связано с тем, что в ходе измерений водяной пар не успевал переходить в состояние насыщения.

Часть 3. Зависимость давления насыщенных паров от температуры

3.1 Результаты измерений зависимости разности давлений от температуры при описанной методике эксперимента приведены в Таблице 3 и на графике.

Таблица 3.

$t, ^\circ\text{C}$	$\Delta P, \text{ мм рт. ст.}$
63,9	150
63,5	140
63,2	130
62,0	120
61,9	110
60,3	100
59,3	90
58,7	80
57,0	70
56,5	60
55,5	50



3.2 Выразим удельный объем водяного пара из уравнения Менделеева - Клапейрона

$$PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow V' = \frac{V}{m} = \frac{RT}{MP} \quad (8)$$

и подставим его в уравнение Клапейрона – Клаузиуса:

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{L}{TV'} = \frac{LMP_s}{RT^2}. \quad (9)$$

Из этого выражение находим, что удельная теплота испарения выражается формулой:

$$L = \frac{RT^2}{M} \left(\frac{1}{P_s} \frac{dP_s}{dT} \right). \quad (10)$$

Для расчета по этой формуле требуется найти производную от давления насыщенного пара по температуре. Ее можно найти по результатам измерений зависимости разности давлений от температуры.

Для этого запишем уравнение Клапейрона для сухого воздуха, содержащегося в колбе:

$$\frac{P_0 + \Delta P - P_s}{T} = \frac{P_0 + \Delta P_0 - P_{s0}}{T_0}. \quad (11)$$

Здесь ΔP_0 разность давлений, P_{s0} давление насыщенного водяного пара при некоторой температуре T_0 , в качестве которой лучше взять температуру, для которой измерено давление насыщенного пара в части 2.

Из уравнения (11) находим

$$P_s = P_0 + \Delta P - \frac{T}{T_0} (P_0 + \Delta P_0 - P_{s0}) \quad (12)$$

Теперь не сложно найти требуемую производную

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{d(\Delta P)}{dT} - \frac{P_0 + \Delta P_0 - P_{s0}}{T_0} \quad (13)$$

Из графика полученной зависимости находим, что коэффициент его наклона равен

$$a = \frac{d(\Delta P)}{dT} \approx 11,0 \frac{\text{мм}}{\text{К}}. \quad (14)$$

При средней температуре диапазона $T = (60 + 273)\text{К} = 333\text{К}$ давление насыщенного водяного пара равно $P_{s0} = 150\text{мм рт.}$ поэтому

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{d(\Delta P)}{dT} - \frac{P_0 + \Delta P_0 - P_{s0}}{T_0} = 11,0 - \frac{735 + 100 - 150}{333} = 8,9 \frac{\text{мм}}{\text{К}}. \quad (15)$$

Тогда, окончательно получим для удельной теплоты испарения

$$L = \frac{RT^2}{M} \left(\frac{1}{P_s} \frac{dP_s}{dT} \right) = \frac{8,31 \cdot (333)^2}{18 \cdot 10^{-3}} \frac{8,9}{150} = 3,0 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (16)$$

Найденное значение всего на 30% процентов превышает табличное значение.